Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2019/2020 **Blatt 2** **24.10.2019**

Aufgabe 3 *Delta − Funktion*
In der Vorlesung wurde die Delta-Funktion $\delta(x)$ eingeführt. Sie hat die Eigenschaft

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \delta(x - x_0) f(x) = f(x_0)$$

a) Beweisen Sie, dass die Funktionenfolge

$$d_l(x) = \begin{cases} 1/l & -l/2 \le x \le l/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für $l \to 0$ formal gegen die Delta-Funktion konvergiert.

(1 *Punkt*)

b) Zeigen Sie: $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \delta'(x - x_0) f(x) = -f'(x_0)$.

(1 *Punkt*)

c) Die Funktion $f(x)$ habe nur einfache Nullstellen bei x_i. Beweisen Sie, dass in diesem Fall

$$\delta(f(x)) = \sum_i |f'(x_i)|^{-1} \delta(x - x_i)$$

gilt.

(2 *Punkt*)

d) Zeigen Sie: $\delta(x - x_0) = \Theta'(x - x_0)$ mit der Heaviside-Funktion

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

(1 *Punkt*)

e) In drei Raumdimensionen und kartesischen Koordinaten ist

$$\delta(\vec{x} - \vec{x}_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)$$

Bestimmen Sie die Darstellung der Delta-Funktion in Kugel- und Zylinderkoordinaten.

(1 *Punkt*)

Aufgabe 4 *Kugelsymmetrische Ladungsverteilung*
Für das Potential einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung $\rho(r)$ gilt:

$$\Phi(r) = \frac{4\pi}{r} \int_0^r \rho(r')r'^2 dr' + 4\pi \int_r^\infty \rho(r')r' dr'. \tag{1}$$

a) Verwenden Sie $\Phi(\vec{x}) = \int \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} d^3x'$, um Gl. (1) herzuleiten.

(2 *Punkt*)

b) Sei

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{für } r > R_0 \end{cases}$$

geben Sie die explizite Form von $\Phi(r)$.

(1 *Punkt*)

c) Sei

$$\rho(r) = \begin{cases} kr & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{für } r > R_0 \end{cases}$$

geben Sie die explizite Form von $\Phi(r)$.

(1 *Punkt*)