Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2019/2020 **Blatt 3** **31.10.2019**

Aufgabe 5 *Elektrostatische Feld*
a) Bestimmen Sie das elektrostatische Feld im Inneren einer Kugel, deren Ladungsdichte $\rho = kr$ proportional zum Abstand vom Ursprung ist; k ist eine beliebige Konstante.

(1 *Punkt*)

b) Die Hülle einer Hohlkugel trägt im Bereich $a \leq r \leq b$ die Ladungsdichte

$$\rho = \frac{k}{r^2}$$

Bestimmen Sie das elektrische Feld in den drei Gebieten: (i) $r < a$, (ii) $a \leq r \leq b$, (iii) $r > b$. Zeichnen Sie $|\vec{E}|$ als Funktion von r, für den Fall $b = 2a$.

(3 *Punkt*)

Aufgabe 6 *Levi − Civita Tensor*
Der Levi-Civita vollständig antisymmetrische Tensor ist definiert als

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ durch zyklische Vertauschung aus (1,2,3) hervorgeht} \\ -1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ durch zyklische Vertauschung aus (2,1,3) hervorgeht} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit kann das Kreuzprodukt $(\vec{a} \times \vec{b})_i = \sum_{j,k=1}^{3} \epsilon_{ijk} a_j b_k$ komponentenweise geschrieben werden. Zeigen Sie mit Hilfe des ϵ-Tensors

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} \epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$

(1 *Punkt*)

b) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

(1 *Punkt*)

c) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b}(\vec{\nabla} \times \vec{a}) - \vec{a}(\vec{\nabla} \times \vec{b})$.

(1 *Punkt*)

Aufgabe 7 *Feldlinien*

Feldlinien sind Kurven $\vec{f}(t)$, deren Tangentenvektoren in jedem Raumpunkt $\vec{x}$ parallel zum gegebenen Feld $\vec{v}(\vec{x})$ stehen.

a) Zeigen Sie, dass die Feldlinien durch die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}\vec{f}(t) = \vec{v}(\vec{f}(t))$$

bestimmt sind. Warum überkreuzen sich Feldlinien nicht?

(1 *Punkt*)

b) Berechnen Sie $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ für das Vektorfeld

$$\vec{v}(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \begin{pmatrix} x\cos(\phi) - y\sin(\phi) \\ x\sin(\phi) + y\cos(\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

wobei ϕ ein beliebiger reeller Parameter.

(1 *Punkt*)

c) Bestimmen Sie die Feldlinien für das Vektorfeld, welche durch den Punkt $\vec{r} = (1\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$ geht.

(1 *Punkt*)