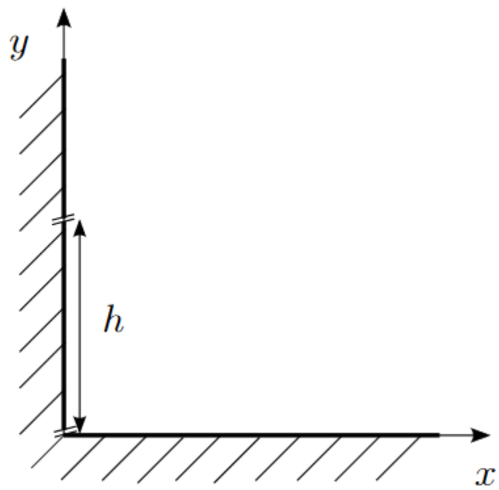
Seminar zur Vorlesung
Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2019/2020 **Blatt 6** **21.11.2019**

Aufgabe 14 *Greensche Funktion mit Dirichlet Randbedingungen*

Wir betrachten einen unendlich ausgedehnten L-förmigen Leiter, dessen Kante entlang der z-Achse liegt. Die Oberfläche des Leiters bestehe aus der halben $x-z-$ und der halben $y-z-$Ebene, sodass für den Raum außerhalb des Leiters $x > 0$ und $y > 0$ gilt, siehe Abbildung.



a) An der Stelle $\vec{x}_0$ im Außenraum befindet sich eine Punktladung q. Bestimmen Sie mit Hilfe von Spiegelladungen das Potential $\phi(\vec{x})$ für den Außenraum, so dass $\phi = 0$ auf der Oberfläche des Leiters gilt. Ermitteln Sie aus Ihrem Ergebnis die Greensche Funktion $G_D(x,x')$ für Dirichlet-Randbedingungen.

(1 *Punkt*)

b) Bis zur Höhe h ist der untere Teil der senkrechten Platte nun isoliert vom restlichen geerdeten Leiter. Der isolierte Abschnitt wird auf konstantes Potential ϕ_1 gebracht. Außerdem ist der Außenraum nun ladungsfrei. Berechnen Sie mit Hilfe der formalen Lösung der Laplace Gleichung und der Greenschen Funktion das Potential außerhalb des Leiters. **Ergebnis**:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{\phi_1}{\pi} \left(2 \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{y+h}{x} - \tan^{-1} \frac{y-h}{x} \right).$$

Was ergibt sich für $h \to \infty$?

(2 *Punkte*)

Aufgabe 15

Wir wissen, das die Ladung eines Leiters an die Oberfläche steigt. Wie sie sich dort genau verteilt, ist aber nicht einfach zu bestimmen. Ein bekanntes Beispiel, in dem die Flächenladungsdichte explizit berechnen werden kann, ist das Ellipsoid:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

In diesem Fall ist (mit Q als Gesamtladung)

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi abc} \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right)^{-\frac{1}{2}} \tag{1}$$

Wählen Sie geeignete Werte für a,b und c (aus Gleichung (1)) und bestimmen Sie

a) die Nettoflächenladungsdichte (beider Seiten) $\sigma(r)$ einer kreisförmigen Scheibe mit Radius R;

(1 *Punkt*)

b) die Nettoflächenladungsdichte $\sigma(x)$ eines unendlichen leitenden Bandes in der $x-y-$Ebene, welches die $y-$Achse zwischen $x = -a$ bis $x = a$ überdeckt (dabei sei Λ die Gesamtladung pro Einheitslänge des Bands);

(1 *Punkt*)

c) die Nettoladung pro Einheitslänge $\lambda(x)$ einer leitenden 'Nadel', die sich von $x = -a$ bis $x = a$ erstreckt.

(1 *Punkt*)