

Seminar zur Vorlesung Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

WS 2019/2020

Blatt 7

05.12.2019

Aufgabe 16 *Leitende Kugel im homogenen elektrischen Feld*

Bestimmen Sie das elektrostatische Potential einer leitenden Kugel mit Radius a in einem äußeren, homogenen elektrischen Feld mit Hilfe der Spiegelladungsmethode.

- a) Überlegen Sie sich, wie mit 2 Ladungen (plus Spiegelladungen) und anschließender Grenzwertbildung das Problem gelöst werden kann. Skizzieren Sie die Anordnung und tragen Sie Ladungen und Spiegelladungen (Position und Größe) ein. Welches Verhältnis muss bei der Grenzwertbildung konstant bleiben, damit sich ein endliches Feld ergibt?

(1 Punkt)

- b) Bestimmen Sie das Potential Φ dieser Anordnung und führen sie den Grenzübergang aus. Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten. (**Ergebnis:** $E_0 \cos \theta [a^3/r^2 - r]$)

(1 Punkt)

- c) Zeigen Sie, dass Φ als Summe des Potentials einer Punktladung, eines Dipoles und eines homogenen Feldes geschrieben werden kann. Bestimmen Sie die Größe der Punktladung, das Dipolmoment \vec{p} und die Feldstärke. Wie lässt sich damit das Ergebnis aus Teil b) erklären?

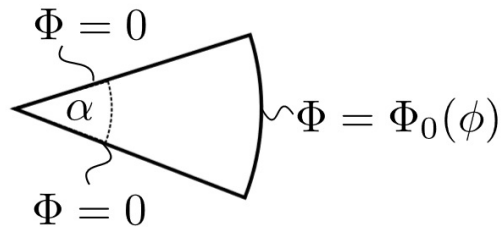
(1 Punkt)

- d) Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte, die auf der Kugel induziert wird. Wie ist diese auf der Kugel verteilt und wie groß ist die Gesamtladung?

(1 Punkt)

Aufgabe 17 *Kreisausschnitt*

Betrachtet wird folgendes Randwertproblem:



Das Potential auf den beiden Schenkeln verschwindet ($\Phi = 0$), und auf dem Kreisbogen gilt $\Phi(R, \phi) = \Phi_0(\phi)$. Zeigen Sie mit Hilfe des Verfahrens der Trennung der Variablen, dass sich das Potential im Inneren des ladungsfreien Kreisabschnittes schreiben lässt als

$$\Phi(r, \phi) = \sum_{l>0} c_l r^{\frac{l\pi}{\alpha}} \sin\left(\frac{l\pi}{\alpha} \phi\right)$$

Bestimmen Sie c_l .

(2 Punkte)

Aufgabe 18

Zwei konzentrisch Kugelflächen mit Radien a, b ($b > a$) sind in zwei Hemisphären von derselben horizontalen Ebene geteilt. Die obere Hemisphäre der inneren Kugelfläche und die untere Hemisphäre der äußeren Kugelfläche besitzen ein konstantes Potential V . Die restlichen Hemisphären besitzen ein verschwindendes Potential $V_0 = 0$.

- a) Bestimmen Sie das Potential zwischen den Kugelflächen, $a \leq r \leq b$, als Reihe von Legendre Polynomen.

Hinweis: $P_l(x) = \frac{1}{2l+1} \left(\frac{dP_{l+1}(x)}{dx} - \frac{dP_{l-1}(x)}{dx} \right)$

(2 Punkte)

- b) Berechnen Sie explizit alle Terme bis zur vierten Ordnung.

(0,5 Punkt)

- c) Berechnen Sie anschließend den Spezialfall $b \rightarrow \infty$ und $a \rightarrow 0$.

(0,5 Punkt)