Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät (NT)

Fachrichtung Physik
Dr. Ferdi Schank
Tom Schmit (Mail: tom.schmit@physik.uni-saarland.de)

Saarbrücken, den 12.01.24

Blatt 11 zur Theoretischen Physik I/II, WS2023/2024

(Abgabe bis 18.01.24, 17:00 Uhr)

Übung 1 *Koaxialkabel*

Ein Koaxialkabel besteht aus zwei ineinandergesteckten leitenden Zylindern, die üblicherweise durch eine Isolationsschicht voneinander getrennt sind. In dieser Aufgabe modellieren wir den inneren Zylinder des Kabels als einen Vollzylinder mit Radius a durch den ein Strom I fließt. Der äußere Zylinder habe einen Radius $b > a$ und eine vernachlässigbare Dicke. Durch ihn fließt der gleiche Strom I, aber in entgegengesetzte Richtung zum Strom im Innenzylinder. Die trennende Isolationsschicht wird hier einfach als Vakuum angenommen.

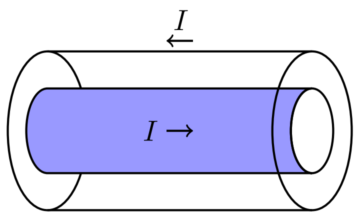


Abbildung 1: Abschnitt eines Koaxialkabels.

a) Leiten Sie aus dem Ampère'schen Gesetz einen Zusammenhang zwischen dem Magnetfeld und dem Strom durch eine zur Stromdichte senkrechten Kreisfläche mit Radius s her.

b) Berechnen Sie das $\mathbf{B}$-Feld in Entfernung R vom Mittelpunkt der Zylinder für die Fälle
   i) $R < a$
   ii) $a \leq R \leq b$
   iii) $R > b$

c) Bestimmen Sie die magnetische Energiedichte.

d) Zeigen Sie, dass die magnetische Energie zwischen den Zylindern in einem Abschnitt der Länge l

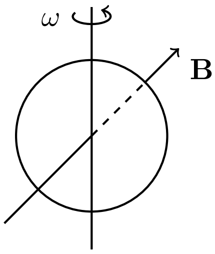
$$W = \frac{I^2 l}{c^2} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

beträgt.

[1 + 2 + 1 + 2 = 6 Punkte]

Übung 2 *Induktion*

Ein Kreisring vom Radius R rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um einen Durchmesser. Senkrecht zur Drehachse herrsche eine homogene, magnetische Flussdichte $\mathbf{B}$. Sei $\mathbf{n}$ der Einheitsvektor senkrecht zur Drahtfläche.



a) Berechnen Sie die im Ring erzeugte Induktionsspannung als Funktion der Zeit.
   Hinweis: $\angle(\mathbf{n}, \mathbf{B}) = \varphi(t) = \omega(t - t_0)$

b) Der Ring bestehe aus einem Metalldraht der Leitfähigkeit σ. Welcher Strom $I(t)$ fließt durch den Ring, wenn man annimmt, dass er homogen über den Draht verteilt ist?

[2 + 1 = 3 Punkte]

Übung 3 *Poyntingvektor*

Durch einen Draht der Länge L und Radius R fließe unter der Potentialdifferenz der Enden V ein homogener Strom I.

a) Berechnen Sie, das elektrische Feld und die magnetische Flussdichte in- und außerhalb des Drahtes. Die Ergebnisse (in cgs Einheiten) sind für $0 \leq z \leq L$:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z \qquad \mathbf{B} = B_\varphi \mathbf{e}_\varphi$$

$$E_z = \begin{cases} \frac{V}{L}, & r \leq R \\ 0, & r \geq R \end{cases} \qquad B_\varphi = \begin{cases} \frac{2I}{c} \frac{r}{R^2}, & r \leq R \\ \frac{2I}{c} \frac{1}{r}, & r \geq R \end{cases}$$

b) Berechnen Sie den Poyntingvektor inner- und außerhalb des Drahtes.

Hinweis: Die Felder sind zeitunabhängig.
Zur Berechnung des elektrischen Feldes dürfen Sie das Ohm'sche Gesetz in der Form $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, mit σ der spezifischen Leitfähigkeit des Drahtmaterials, voraussetzen und ihr Wissen aus der Elektrizitätslehre aus der Experimentalphysik bzw. aus der Schule verwenden.

[3 + 2 = 5 Punkte]

Übung 4 *Felder eines stromdurchflossenen Leiters*

Durch ein langes Kabel fließe ein konstanter Gleichstrom I.

a) Zeigen Sie, dass das Ampère'sche Gesetz in integraler Form als

$$\oint \mathbf{B} \, \mathrm{d}\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I$$

geschrieben werden kann.

b) Berechnen Sie mit a) das Magnetfeld im Abstand r

$$\mathbf{B}(r) = \frac{2I}{cr} \mathbf{e}_\varphi \ .$$

c) Leiten Sie, analog zu a), das Faraday'sche Gesetz in Integralform

$$\oint \mathbf{E} \, \mathrm{d}\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \iint \frac{\mathrm{d}\mathbf{B}}{\mathrm{d}t} \, \mathrm{d}\mathbf{A}$$

her.

d) Für einen sich nur langsam verändernden Strom $I(t)$ können wir auch hier Teil b) verwenden. Zeigen Sie, dass das durch den Strom induzierte elektrische Feld

$$\mathbf{E}(r) = \left(\frac{2}{c^2} \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \ln r + D \right) \mathbf{e}_z$$

lautet, wobei D eine Konstante ist.

[1 + 2 + 1 + 2 = 6 Punkte]