

Aufgabensammlung zu Materiewellen

Aufgabe 1: Die Hypothese von de Broglie

- a) Nennen Sie die Hypothese von de Broglie und beschreiben Sie ein Experiment, mit welchem die Hypothese gezeigt werden kann. Fertigen Sie auch eine Skizze dazu an.
- b) Leiten Sie mit Hilfe der de Broglie-Wellenlänge einen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und kinetischer Energie her. Formulieren Sie dazu eine Je-desto-Aussage.

Aufgabe 2: Elektronenbeugung an verschiedenen Kristallen

In einer evakuierten Röhre trifft ein fein gebündelter Strahl von Elektronen mit der kinetischen Energie $E_{kin} = 150 \text{ keV}$ senkrecht auf eine dünne Schicht aus polykristallinem **Wolfram**. Auf einem im Abstand von 20 cm dahinter stehenden Schirm beobachtet man einen zentralen Leuchtpunkt und als Beugungsfiguren mehrere Kreise. Der Durchmesser des innersten Kreises beträgt 5,3 mm.¹

- a) Für hochenergetische Elektronen liefert ein relativistischer Ansatz genauere Ergebnisse. Leiten Sie die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$\lambda_{dB} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{(e \cdot U_B)^2 + 2 \cdot e \cdot U_B \cdot m_e \cdot c^2}}$$

her. Berechnen Sie damit relativistisch, die den Elektronen zugeordnete de Broglie-Wellenlänge.

- b) Berechnen Sie den Netzebenenabstand von Wolfram aus den gegebenen Daten und der berechneten Wellenlänge.¹
- c) Berechnen Sie die Wellenlänge klassisch und bestimmen Sie die relative Abweichung zur relativistischen Rechnung. Bewerten Sie die Abweichung für solche hochenergetischen Photonen.
- d) Zeigen Sie, dass für Elektronen mit niedrigerer kinetischen Energie ($E_{kin} = 54 \text{ eV}$) klassisch gerechnet werden darf.

Elektronen der kinetischen Energie $E_{kin} = 54 \text{ eV}$ treffen nun senkrecht auf die Oberfläche eines **Nickelkristalls**. Dieser wirkt aufgrund der regelmäßigen Anordnung der Atome in der Oberfläche wie ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstanten $2,15 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

¹LEIFI-Physik, abrufbar unter <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/aufgabe/beugung-am-wolframkristall-abitur-2001-lk-a3-2>, Zugriff am 09.05.2023.

- e) Berechnen Sie die Weite des Winkels, unter dem das Maximum erster Ordnung beobachtet wird.

Elektronen mit der Materiewellenlänge $2,5 \cdot 10^{-11}$ m treffen senkrecht auf einen **Graphitkristall**. Sie können an dieser Stelle klassisch rechnen.

- f) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf den Graphitkristall treffen sowie die Beschleunigungsspannung, die sie durchlaufen haben.
- g) Bei einer Messung treten auf dem Leuchtschirm unter den Streuwinkeln $\alpha_1 = 3,4^\circ$ beziehungsweise $\alpha_2 = 5,8^\circ$ Interferenzringe auf. Bestätigen Sie durch Berechnung der Netzebenenabstände, dass es sich tatsächlich um einen Graphitkristall handelt. (Hinweis: Berechnen Sie die relative Abweichung zu den Literaturwerten $d_1 = 2,11 \cdot 10^{-10}$ m und $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$ m).