

Determiniertheit in der Quantenphysik

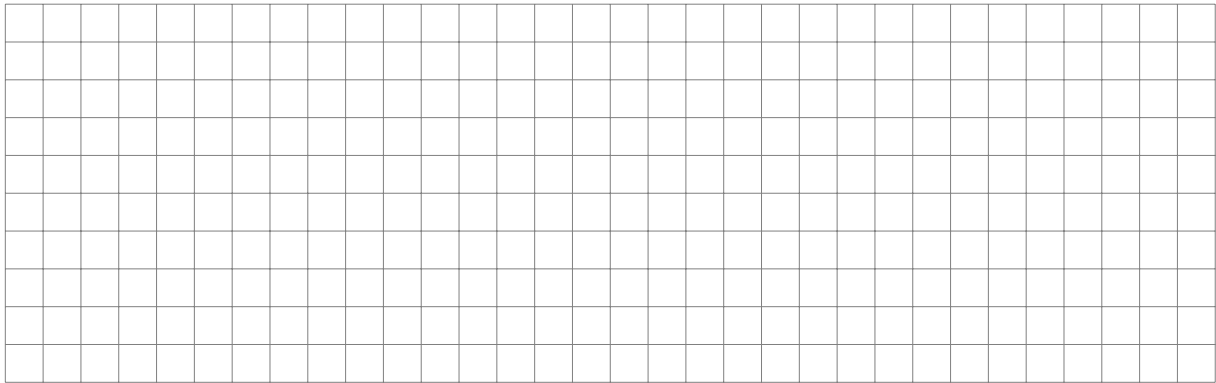
Klassische Definition des Determinismus

Kennen wir die Anfangsbedingungen sowie die äußeren Bedingungen eines Experiments, so können wir das Ergebnis vorhersagen. Die klassische Physik ist also deterministisch.

Beispiel: Kennen wir Ort und Impuls eines Objekts sowie alle einwirkenden Kräfte, so können wir das Verhalten des Objekts beliebig in die Zukunft und die Vergangenheit berechnen.

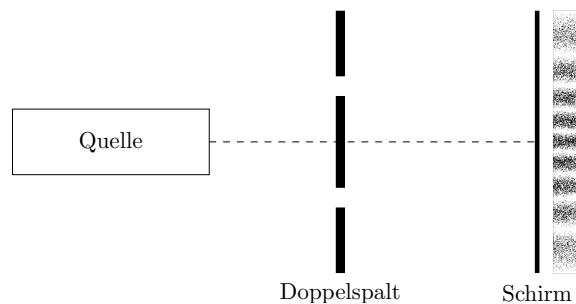
Aufgabe 1

Passiert ein einzelnes Photon einen Doppelspalt, so können wir den genauen Antreffort des Photons auf dem Schirm nicht vorhersagen. Erläutern Sie den Widerspruch zur klassischen Definition des Determinismus.



Für ein einzelnes Photon ist die Quantenphysik nicht deterministisch.

Passieren viele Photonen den Doppelspalt, so sieht man, dass in der Mitte des Schirms deutlich mehr Photonen ankommen als am Rand. Es entsteht ein Interferenzmuster. Die Wahrscheinlichkeit ein Photon in der Mitte des Schirms anzutreffen ist deutlich größer als am Rand.



Max Born schlug im Jahr 1926 eine statistische Deutung der Quantenmechanik vor, welche heute unter dem Namen „Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation“ bekannt ist.

Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Quantenobjekte zeigen Wellencharakter, weshalb sie mit der Wellenfunktion $\Psi(x, t)$ in Abhängigkeit des Ortes x und der Zeit t beschrieben werden können. Das Betragsquadrat $|\Psi(x, t)|^2$ beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte das Quantenobjekt am Ort x auf dem Schirm anzutreffen. Sie ist proportional zur Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im Intervall $x + dx$ anzutreffen:

$$P(x, t)dx \propto |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Die Wahrscheinlichkeit P ein Photon auf dem Intervall $[a, b]$ anzutreffen ist

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x, t)|^2 dx.$$

Die Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im gesamten Raum (also irgendwo) zu finden, muss 1 sein. Daraus folgt die Normierungsbedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

Daraus folgt

$$P(x, t)dx = |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Deutung des Doppelspaltversuchs

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeit ein Photon zwischen $x = a$ und $x = b$ auf dem Schirm anzutreffen

$$P([a, b]) = \int_a^b |\Psi(x)|^2 dx.$$

Die Variable x beschreibt die Lage auf dem Schirm mit dem Maximum 0. Ordnung bei $x = 0$. Es sei nun Ψ_1 die Wellenfunktion, wenn nur der linke Spalt geöffnet ist und Ψ_2 die Wellenfunktion, wenn nur der rechte Spalt geöffnet ist. Für den Fall dass beide Spalten geöffnet sind, erhalten wir

$$\Psi_{res} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2).$$

Wir erhalten für die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$|\Psi|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2) \right|^2 = \frac{1}{2} (|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2) + \Psi_1 \Psi_2.$$

Der Term $\Psi_1 \Psi_2$ zeigt das Auftreten eines Interferenzmusters und wird deshalb als Interferenzterm bezeichnet.

Determiniertheit in der Quantenmechanik

Für ein einzelnes Quantenobjekt (System) ist die Quantenphysik nicht deterministisch. Nach dem Auftreffen vieler Photonen entsteht das typische Doppelspaltinterferenzmuster. Diese Verteilung ist bei gleichen Anfangsbedingungen (Spaltbreite, Spaltabstand) reproduzierbar und damit **stochastisch vorhersagbar**.

Aufgabe 2

Erklären Sie anhand des Torwandschießens und dem Verhalten eines einzelnen Photons am Doppelspalt den Unterschied zwischen dem klassischen Determinismus und der quantenmechanischen Determiniertheit.

