



Elementarmathematik
Sommersemester 2022

Viertes Übungsblatt

Abgabe in den Briefkästen (E2 5) bis Dienstag, **10. Mai 2022**, 14:15 Uhr.

Hinweis: Die Vorlesung bezieht sich auf Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 235. Eine alternative Übersetzung der Elemente kann online unter folgenden Link gefunden werden: <http://www.opera-platonis.de/euklid/>.

Aufgabe 1 (10 Punkte).

Vollziehen Sie folgende Propositionen aus Buch I der Elemente von Euklid nach und geben Sie die Beweise wieder. Verwenden Sie dazu ausschließlich die Definitionen, Postulate, Axiome und frühere Propositionen.

- (a) Proposition 3: Gegeben zwei Strecken unterschiedlicher Länge. Von der längeren Strecke kann eine Strecke abgetragen werden, die die gleiche Länge wie die kürzere Strecke hat.
- (b) Proposition 5: In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Winkel an der Grundseite gleich.
- (c) Proposition 6: Sind in einem Dreieck zwei Winkel gleich, so sind auch die gegenüberliegenden Seiten gleich lang.

Aufgabe 2 (10 Punkte).

Vollziehen Sie aus Buch I, Proposition 47 nach, dass hier der Satz des Pythagoras formuliert wird und geben Sie den geometrischen Beweis wieder.

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der dem rechten Winkel gegenüber liegenden Seite gleich der Summe der Quadraten über den Seiten, die den Winkel einschließen.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 (10 Punkte).

Übersetzen Sie folgende Aussagen aus Buch II in algebraische Gleichungen und fertigen Sie jeweils Zeichnungen an, die die Aussagen geometrisch erklären.

- (a) Proposition 9: Gegeben eine Strecke, die durch einen Punkt halbiert wird und durch einen weiteren Punkt in zwei unterschiedlich lange Teile unterteilt wird. Dann ist die Fläche der Quadrate über den unterschiedlich langen Teilen doppelt so groß wie die Fläche der Quadrate über der halben Strecke und der Strecke zwischen den beiden Punkten.
- (b) Proposition 10: Wird eine Strecke verlängert, dann ist die Fläche der Quadrate über der verlängerten Strecke und der Verlängerung doppelt so groß wie die Fläche der Quadrate über der halben Strecke und der halben Strecke mit Verlängerung.

Aufgabe 4 (10 Punkte).

- (a) Beweisen Sie den Euklidischen Algorithmus nach Buch VII, Proposition 1 und 2. Beschreiben Sie dazu einerseits die notwendigen geometrischen Schritte und übersetzen Sie diese jeweils in algebraische Gleichungen.
- (b) Wenden Sie den Euklidischen Algorithmus auf die Paaren $(33, 9)$, $(77, 21)$ und $(70, 13)$ an. Geben Sie dabei alle Zwischenschritte an.

Griechisches Alphabet:

| | | | | | |
|---------|-----------|----------------------|---------|----------|------------------|
| Alpha | A | α | Ny | N | ν |
| Beta | B | β | Xi | Ξ | ξ |
| Gamma | Γ | γ | Omikron | O | o |
| Delta | Δ | δ | Pi | Π | π |
| Epsilon | E | ϵ | Rho | P | ρ |
| Zeta | Z | ζ | Sigma | Σ | σ |
| Eta | H | η | Tau | T | τ |
| Theta | Θ | θ ϑ | Ypsilon | Y | υ |
| Iota | I | ι | Phi | Φ | φ ϕ |
| Kappa | K | κ | Chi | X | χ |
| Lambda | Λ | λ | Psi | Ψ | ψ |
| My | M | μ | Omega | Ω | ω |