UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fakultät für Mathematik und Informatik
Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Moritz Weber
Nicolas Faroß

Elementarmathematik
Sommersemester 2022

Achtes Übungsblatt
Abgabe in den Briefkästen (E2 5) bis Dienstag, **14. Juni 2022**, 14:15 Uhr.

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.**
Sei $P = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ein Punkt der Kugeloberfläche

$$S(0, R) = \left\{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = R^2\right\}$$

und sei G die Greenwichline, also der Großkreis durch den Nordpol $(0, 0, 1)$, den Südpol $(0, 0, -1)$ und den Punkt $(0, 1, 0)$. Dann gilt $P = (\lambda, \varphi)$ bezüglich des Bogenmaßes welches durch G bestimmt wird, wobei $\lambda \in (-180°, 180°]$ und $\varphi \in [-90°, 90°]$.

Leiten Sie eine Umrechnungsformel von kartesischen Koordinaten ($P = (x, y, z)$) in Kugelkoordinaten ($P = (\lambda, \varphi)$) her. Wie lassen sich Nord- und Südpol in Kugelkoordinaten ausdrücken? (Tipp: Diese sind nicht eindeutig!)

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.**

(a) Definieren Sie den Begriff *diametral* in kartesischen Koordinaten und Kugelkoordinaten: Zwei Punkte P, Q heißen diametral falls ....

(b) Zeigen Sie, dass ein Kreis, der ein diametrales Punktepaar besitzt, ein Großkreis ist.

(c) Zeigen Sie, dass zwei diametrale Punkte auf beliebig vielen Großkreisen sitzen (Tipp: Betrachten Sie zunächst den Spezialfall von Nord- und Südpol).

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.**

(a) Zeigen Sie, dass jeder sphärische Kreis auch ein euklidischer Kreis ist.

(b) Beschreiben Sie den Äquator sowie alle Großkreise durch die Pole in Kugelkoordinaten.

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.**

(a) Zeigen Sie, dass ein sphärisches Zweieck den Flächeninhalt $4\pi R^2 \frac{\alpha}{360°}$ hat, wobei α der Winkel zwischen den beiden Großkreisbögen ist.

(b) Leiten Sie eine Formel für den Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks her.