



Elementarmathematik
Sommersemester 2022

Zehntes Übungsblatt

Abgabe in den Briefkästen (E2 5) bis Dienstag, **28. Juni 2022**, 14:15 Uhr.

Aufgabe 1 (10 Punkte).

Sei $a \in \mathbb{R}$ und $\gamma: [1, a] \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine Kurve, definiert durch $\gamma(t) := (e^{-t} \cos t, e^{-t} \sin t)$.
Skizzieren Sie die Kurve und berechnen Sie ihre Länge.

Aufgabe 2 (10 Punkte).

Zwei Ameisen krabbeln eine Dose mit Radius 5cm hoch. Dabei nimmt die erste einen direkten, senkrechten Weg entlang einer Seite (im Lot), die andere krabbelt in einer gleichmäßigen Schraube einmal um die Dose herum. Beide Ameisen beginnen am gleichen Punkt und enden am gleichen und benötigen die selbe Zeit. Wie hoch muss die Dose sein, damit die zweite Ameise einen genau doppelt so langen Weg zurücklegt wie die erste?

Aufgabe 3 (10 Punkte).

Parametrisieren Sie ein Quadrat mit der Seitenlänge 2, das in \mathbb{R}^2 seinen Mittelpunkt im Ursprung hat, indem Sie eine parametrisierte Kurve angeben. Berechnen Sie auch die Länge der Kurve.

Aufgabe 4 (10 Punkte).

Betrachten Sie die Kurve $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $\gamma(t) = (t^2, t^2)$.

- (a) Skizzieren Sie die Kurve und berechnen Sie ihre Länge.
- (b) Sei $\sigma: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ gegeben durch $t \mapsto \sqrt{t}$. Geben Sie eine Formel für die Kurve $\tilde{\gamma} := \gamma \circ \sigma$ an, skizzieren Sie diese und berechnen Sie ihre Länge.
- (c) Vergleichen Sie die Kurven γ und $\tilde{\gamma}$ hinsichtlich
 - (i) ihrer Gestalt (also ihr Bild in \mathbb{R}^2),
 - (ii) ihrer Länge,
 - (iii) sowie der Geschwindigkeit, in der sie jeweils durchlaufen werden.

Tragen Sie auch die Werte der Punkte $t = 0$, $t = \frac{1}{4}$, $t = \frac{1}{2}$, $t = \frac{3}{4}$ und $t = 1$ auf den Skizzen der beiden Kurven ein.