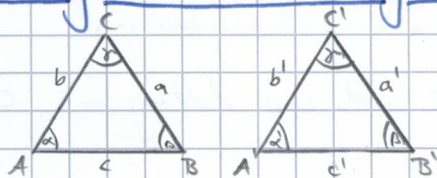


②

Präzisierung zu 1.6 Feststellung (Kongruenzsätze)



1) SSS: Zwei Dreiecke, die in all ihren Seitenlängen übereinstimmen, sind gleich (bzw. kongruent)

$$a = a' \Rightarrow \alpha = \alpha'$$

$$b = b' \Rightarrow \beta = \beta'$$

$$c = c' \Rightarrow \gamma = \gamma'$$

2) SWS: (Zwei Seiten, eingeschlossener Winkel gegeben)

$$a = a' \Rightarrow c = c'$$

$$b = b' \Rightarrow \alpha = \alpha'$$

$$\gamma = \gamma' \Rightarrow \beta = \beta'$$

3) WSW: (Eine Seite, beide anliegenden Winkel gegeben)

$$a = a' \Rightarrow b = b'$$

$$\beta = \beta' \Rightarrow c = c'$$

$$\gamma = \gamma' \Rightarrow \alpha = \alpha'$$

4) SSW: (Zwei Seiten, Winkel gegenüber längerer Seite gegeben)

$$b = b' \Rightarrow a = a'$$

$$c = c' \Rightarrow \alpha = \alpha' \quad (\text{falsch für } c < b)$$

$$\gamma = \gamma' \Rightarrow \beta = \beta'$$

$$c > b$$

5) SWW: (Eine Seite, ein anliegender & ein gegenüberliegender Winkel gegeben)

$$c = c' \Rightarrow a = a'$$

$$\alpha = \alpha' \Rightarrow b = b'$$

$$\gamma = \gamma' \Rightarrow \beta = \beta'$$

Also 3 Seiten $\Rightarrow \Delta$ eindeutig

3 Winkel + 1 Seite $\Rightarrow \Delta$ eindeutig

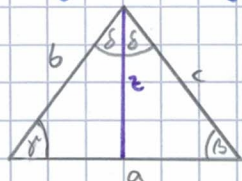
(sogar 2 Winkel + 1 Seite, da dann alle 3 Winkel bekannt)

1 Winkel + 2 Seiten $\Rightarrow$ SWS oder SSW, aber Achtung mit „ $c < b$ “

Nachtrag Lemma 1.7:

In einem gleichschenkligen Dreieck Δ^c , $b = c$ gilt $\beta = \gamma$.

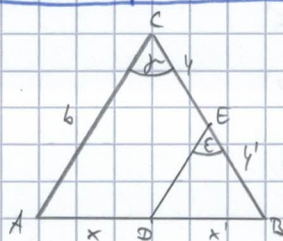
Beweis:



$$\begin{array}{l} b = c \\ z = z \\ \delta = \delta \end{array} \xrightarrow{\text{SWS}} \gamma = \beta$$

□

1.12 Satz (Mittelparallelen im Dreieck):



$$\Rightarrow 2z = b$$

$$\gamma = \epsilon$$

$$\text{also } \overline{DE} \parallel \overline{AC}$$

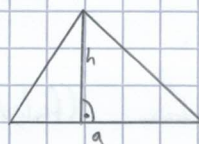
und $\overline{DE}$ halb so lang wie $\overline{AC}$.

1.13 Feststellung:

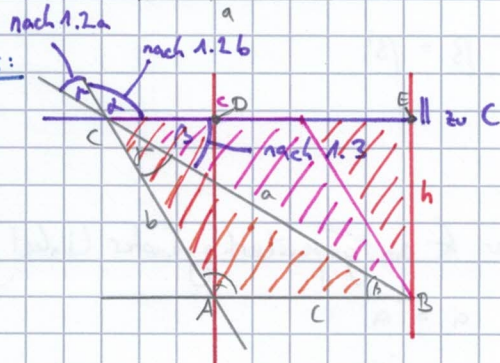
Die Fläche eines Rechtecks $a \times b$ ist $a \cdot b$.

1.14 Proposition:

Die Fläche eines Dreiecks ist Grundseite mal Höhe durch 2.



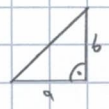
Beweis:



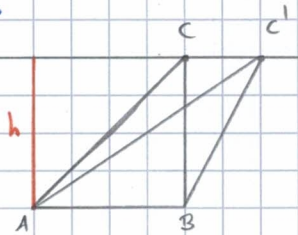
Da nun das Rechteck $ABED$ den Flächeninhalt $a \cdot h$ hat und das Parallelogramm $ABDE$ den gleichen Inhalt wie $ABED$ hat, hat das Dreieck ABC den halben Flächeninhalt von $ABED$, also $\frac{a \cdot h}{2}$.

□

1.15 Korollar:

(a) Ein rechtwinkliges Dreieck  hat den Flächeninhalt $\frac{ab}{2}$.

(b) Dreiecke mit gleicher Höhe, & gleicher Grundseite haben den gleichen Flächeninhalt.



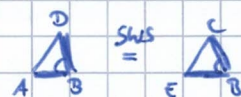
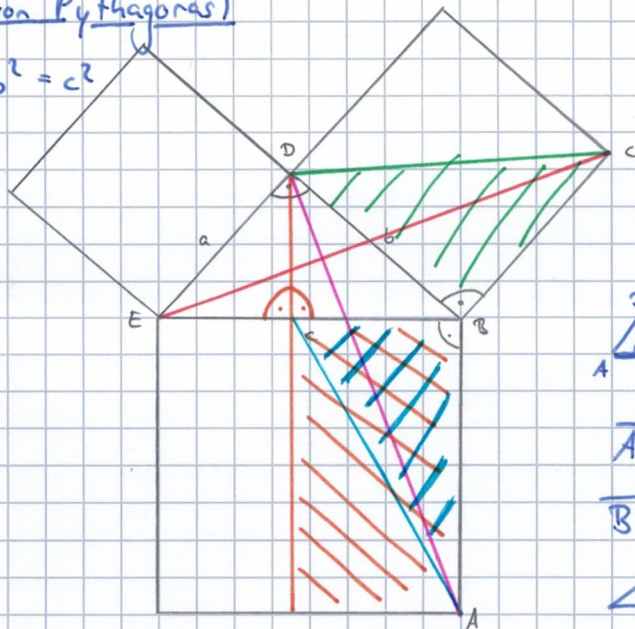
ABC, ABC'
gleiche Fläche

Beweis: Folgt direkt aus 1.14.

1.16 Satz (von Pythagoras)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Beweis:



$$\overline{AB} = \overline{BE} = c$$

$$\overline{BD} = b = \overline{BC}$$

$$\angle ABD = \angle EBC$$

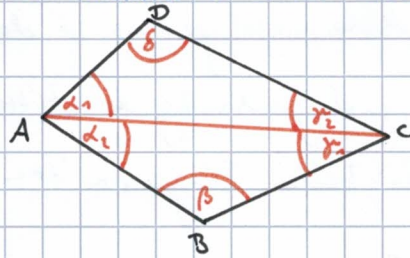
$$|\triangle ABD| \stackrel{1.15b}{=} |EBC| = |ABD| \stackrel{1.15b}{=} |\triangle EBC|$$

$$\Rightarrow b^2 = \text{red square} \quad \text{Ebenso: } a^2 = c^2 - \text{red square}$$

§ 2 Vierecke

2.1 Lemma:

Die Winkelsumme in einem konvexen Vierech ist 360°



konvex = Diagonalen liegen innerhalb
(nicht $\bowtie$!)

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \delta + \gamma_2 &= 180^\circ \\ + \quad \alpha_2 + \beta + \gamma_1 &= 180^\circ \\ \hline &360^\circ \end{aligned}$$

□

2.2 Definition:

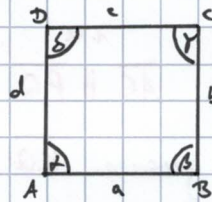
(a) Ein Quadrat ist ein Vierech mit $a = b = c = d$, $\alpha = \beta = \gamma = \delta \stackrel{\text{Lemma 2.1}}{=} 90^\circ$

(Ein regelmäßiges Vierech)

(b) Eine Raute/Rhombus: $a = b = c = d$

(c) Ein Rechteck: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ$

(d) Ein Parallelogramm: $a = c$, $b = d$



2.3 Lemma:



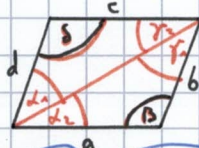
Beweis:

$Qu \Rightarrow Ra: \checkmark$

$Qu \Rightarrow Re: \checkmark$

$Ra \Rightarrow Pa: \checkmark$

$Pa \Rightarrow \alpha = \gamma, \beta = \delta$, es gelte $a = c, b = d$



$$\begin{aligned} \overset{SSS}{\Rightarrow} \quad \beta &= \delta \Rightarrow \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \\ \alpha_1 &= \gamma_1 \\ \alpha_2 &= \gamma_2 \\ &= \gamma_1 + \gamma_2 \\ &= \gamma \end{aligned}$$

BRUNNEN

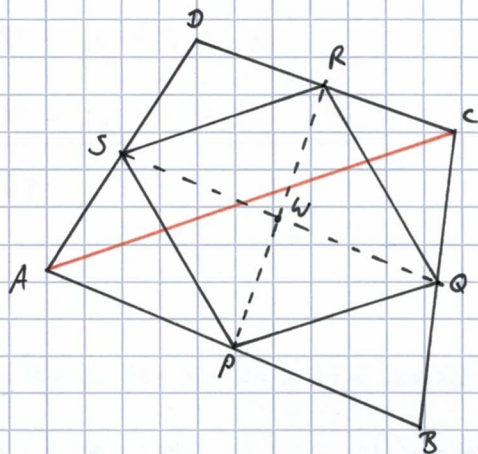
$\alpha = \gamma, \beta = \delta \Rightarrow Pa: \text{Übung.}$

$Re \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow Pa$

2.4 Satz (Mittenviereck)

Die Seitenmitten jedes beliebigen Vierecks bilden stets ein Parallelogramm.

Der Mittelpunkt dieses Mittenparallelogramms ist der Ecken-schwerpunkt des Vierecks und gleichzeitig der Mittelpunkt der Strecke zwischen den beiden Diagonalmitten.



(SPQR ist ein Parallelogramm)

Beweis: $\overset{1.12}{AC} \parallel \overset{1.12}{PQ} \parallel RS$
genauso: $RQ \parallel BD \parallel PS$

