



Höhere Mathematik für Ingenieur:innen IV b
Sommersemester 2024

Klausurvorbereitungsblatt

Dieses Blatt dient der Vorbereitung auf die Klausur und der Wiederholung und Vertiefung des Vorlesungsinhaltes. Das Bearbeiten der folgenden Aufgaben ist freiwillig und es findet keine Abgabe bzw. Bepunktung oder Besprechung statt. Beachten Sie: Diese Aufgabensammlung ist weder in Umfang, Schwierigkeitsgrad noch in sonst einer Weise repräsentativ für die Klausur. Insbesondere sind hier nicht alle Inhalte der Vorlesung abgedeckt und das alleinige Bearbeiten dieser Aufgaben ersetzt keine gründliche Vorbereitung auf die Klausur.

Bitte denken Sie daran, sich rechtzeitig im LSF für die Klausur anzumelden!

Aufgabe 1.

(a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen.

(i) $\frac{1-i}{1+i}$

(ii) $\frac{3+4i}{1-2i}$

(iii) $i^n, \quad n \in \mathbb{Z}$

(iv) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n, \quad n \in \mathbb{Z}$

(b) Bestimmen Sie den Betrag der folgenden komplexen Zahlen.

(i) $-3+i$

(ii) $\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}$

(iii) $(1-i)^n, \quad n \in \mathbb{Z}$

(iv) $(1+i)^{17} - (1-i)^{17}$

Aufgabe 2. Berechnen Sie folgende Integrale.

(i) $\int_{\alpha} \bar{z}^2 dz$ mit $\alpha : [0, 2] \rightarrow \mathbb{C}, \alpha(t) = (1+i)(t-1)$

$$(ii) \int_{[1,2i]} \frac{1}{z} dz$$

$$(iii) \int_{[0,1,i,0]} \operatorname{Re}(z) dz$$

Aufgabe 3. Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$(i) \int_{\kappa_{\pi/2}(1)} \frac{e^{2z}}{(z-i)^4} dz$$

$$(ii) \int_{\kappa_{3/2}(i)} \frac{z+3}{z^2-1} dz$$

$$(iii) \int_{\kappa_2(0)} \frac{\sin(z)^3}{(z-\pi/3)^2} dz$$

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen um den vorgegebenen Entwicklungspunkt z_0 .

$$(i) f(z) = -\frac{1}{(z-1)^2(z-2)}, \quad z_0 = 0$$

$$(ii) f(z) = \frac{e^z}{1-z}, \quad z_0 = 0$$

$$(iii) f(z) = \frac{2i+3z}{1+z}, \quad z_0 = i$$

Aufgabe 5. Bestimmen Sie die Laurentreihen der folgenden Funktionen auf dem vorgegebenen Ringgebiet G .

$$(i) f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3}, \quad G = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 0\}$$

$$(ii) f(z) = \frac{1}{z+2} + \frac{2}{z+4} + \exp\left(\frac{4}{z+2}\right), \quad G = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z+2| < 2\}$$

Aufgabe 6. Es sei

$$f(z) = \frac{2}{z^3 - z^2 + 4z - 4}.$$

(i) Berechnen Sie das Residuum von f in allen Singularitäten.

(ii) Berechnen Sie

$$\int_{\kappa_3(0)} f(z) dz$$

mit Hilfe des Residuensatzes.