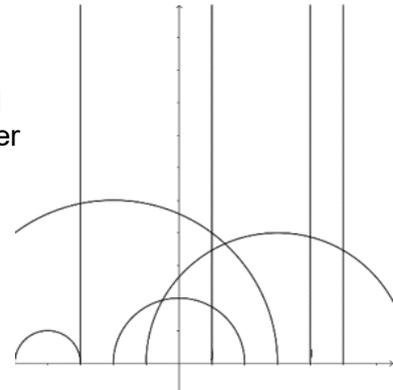




**Arbeitsauftrag 1 – Poincarémodell**

Die Punkte dieser Geometrie sind die Punkte oberhalb der  $x$ -Achse im kartesischen Koordinatensystem; die Geraden sind die Halbgeraden in der oberen Halbebene, die senkrecht auf der  $x$ -Achse stehen, sowie alle Halbkreise oberhalb der  $x$ -Achse mit Endpunkten auf der  $x$ -Achse.



- a) Wie kann man die eindeutige Gerade durch zwei Punkte geometrisch konstruieren (Fallunterscheidung)?
- b) Gelten die Inzidenzaxiome?
- c) Gilt das Parallelenaxiom?

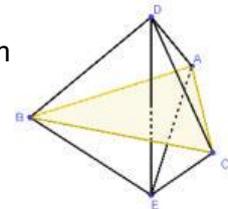
**Arbeitsauftrag 2 – Minimalatz für affine Geometrien**

Eine Inzidenzgeometrie  $I \subseteq \mathbb{P} \times \mathbb{G}$ , in der das Parallelenaxiom gilt, heißt *affin*. Beweisen Sie, dass für jede affine Inzidenzgeometrie gilt:

- a) Mit jeder Geraden  $a \in \mathbb{G}$  inzidieren mindestens zwei verschiedene Punkte.
- b) Mit jedem Punkt  $A \in \mathbb{P}$  inzidieren mindestens drei Geraden.
- c) Es gibt mindestens vier verschiedene Punkte und sechs verschiedene Geraden.
- d) Zu jeder Geraden  $a \in \mathbb{G}$  gibt es einen Punkt  $A \in \mathbb{P}$ , der nicht mit  $a$  inzidiert.
- e) Zu jedem Punkt  $A \in \mathbb{P}$  gibt es eine Gerade  $a \in \mathbb{G}$ , wobei  $A$  nicht mit  $a$  inzidiert.

**Arbeitsauftrag 3 – Wie viele Parallelen?**

- a) Kann man Parallelität aus der Inzidenztafel ablesen? Wenn ja, wie?
- b) Geben Sie drei unterschiedliche Inzidenzgeometrien mit genau fünf Punkten an. Welche Aussagen können Sie jeweils über die Anzahl der Parallelen zu den Geraden dort machen?
- c) Zusatzaufgabe: Wie viele + stehen in jeder Zeile der Inzidenztafel zum Inzidenzgraphen (räumlich dargestellter, vollständiger Pentagraph) in der Abbildung rechts? Beantworten Sie ohne Inzidenztafel!



**Arbeitsauftrag 4 – Etwas mehr Punkte... und schon affin?**

Entwickeln Sie ein Minimalmodell für eine Inzidenzgeometrie, in der auf jeder Geraden drei Punkte liegen. Gilt dort auch das Parallelenaxiom?

**Arbeitsauftrag 5 – Auch mal selbst entscheiden**

Sei  $I \subseteq \mathbb{P} \times \mathbb{G}$  eine affine Inzidenzgeometrie. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie auf Basis der Axiome oder geben Sie ein Gegenbeispiel an. Wo spielt dabei das Parallelenaxiom eine Rolle?

- a) Mit zwei verschiedenen Geraden  $a, b \in \mathbb{G}$  inzidiert höchstens ein Punkt  $A \in \mathbb{P}$ .
- b) Zu jedem Punkt  $A \in \mathbb{P}$  gibt es mindestens eine Gerade  $a \in \mathbb{G}$ , die mit ihm inzidiert.
- c) Seien  $a, b, c \in \mathbb{G}$  paarweise verschiedene Geraden und  $a \parallel b$ . Dann gilt: Wenn  $c$  die Gerade  $a$  schneidet, dann auch  $b$ . Beschreiben Sie dies zunächst durch Inzidenz.
- d) Parallelität ist eine Äquivalenzrelation. Zunächst: Was bedeutet das?
- e) Seien  $a, b, c \in \mathbb{G}$  paarweise verschiedene Geraden und  $a$  parallel zu  $b$  und zu  $c$ . Dann ist auch  $b$  parallel zu  $c$ .