



Übungen zum Vorkurs für Mathematik
Wintersemester 2023/2024

Blatt 1

Besprechung: Donnerstag, 28.9.2021 in den Übungsgruppen

Aufgabe 1. Seien A , B und C Aussagen. Verifizieren Sie die folgenden Regeln mit Hilfe eines Vergleichs von Wahrheitstabeln.

- (a) Die Aussage $A \wedge \neg A$ ist immer falsch.
- (b) Die Aussage $A \vee \neg A$ ist immer wahr.
- (c) Die Aussage $\neg(\neg A)$ ist äquivalent zur Aussage A .
- (d) Die Aussage $\neg(A \wedge B)$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg A) \vee (\neg B)$.
- (e) Die Aussage $\neg(A \vee B)$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg A) \wedge (\neg B)$.
- (f) Die Aussage $(A \vee B) \wedge C$ ist äquivalent zur Aussage $(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$.
- (g) Die Aussage $(A \wedge B) \vee C$ ist äquivalent zur Aussage $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$.

Aufgabe 2. (a) Beweisen Sie: Ist n durch 3 teilbar, so auch n^3 .

- (b) Gilt auch die Umkehrung? Wenn ja: Beweisen Sie es. Wenn nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel an.
- (c)* Für welche $a \in \mathbb{N}$ gilt der folgende Satz?
Eine gegebene Zahl $n \in \mathbb{N}$ wird genau dann von a geteilt, wenn a auch n^3 teilt.

Aufgabe 3. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a)
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$
- (b)
$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$