Aufgabe 1.1

Zeichnen Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie des folgenden Widerstand-Diode Zweipols (mit $R_1 = 1\ k\Omega$). Es wird angenommen, dass die **Flussspannung** (d.h. die Spannung bei der die Dioden vom Sperrzustand in den Durchgangszustand übergehen) der Diode D bei **U_F = 0,7 V** liegt.

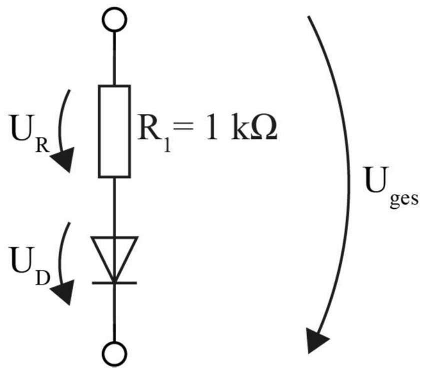
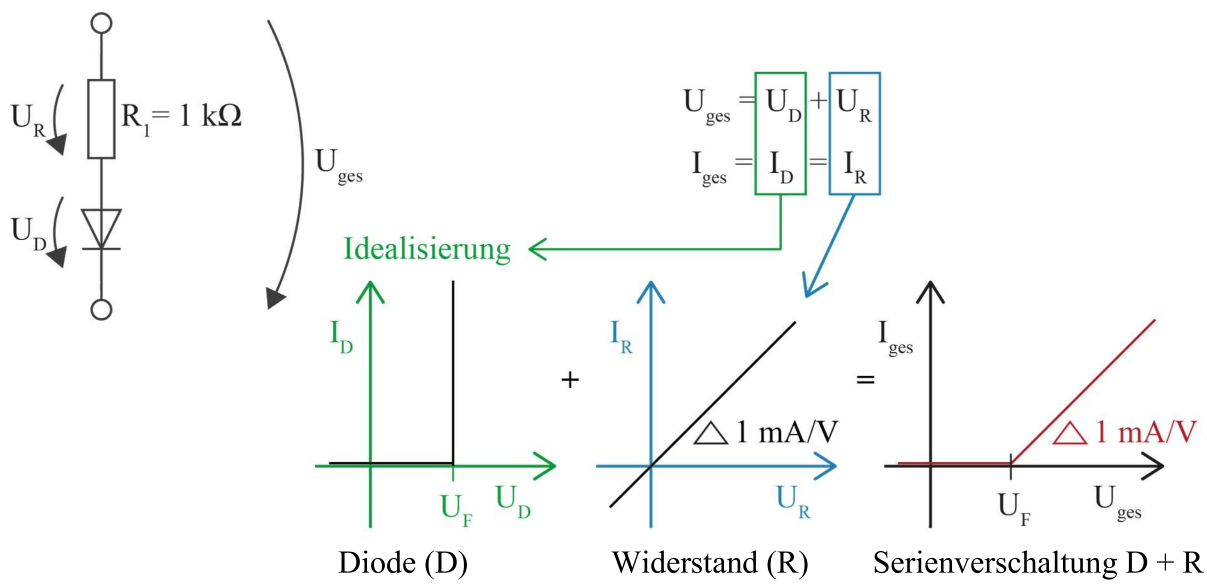


Bild 1.1: Schaltung mit Widerstand und Diode.

Lösung:



Aufgabe 1.2

Zeichnen Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie des folgenden Widerstand-Diode Zweipols (mit $R_1 = 1\ k\Omega$). Es wird angenommen, dass die **Flussspannung** (d.h. die Spannung bei der die Dioden vom Sperrzustand in den Durchgangszustand übergehen) der Diode D bei **U_F = 0,7 V** liegt.

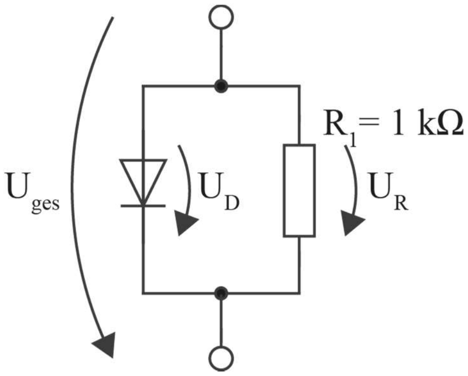
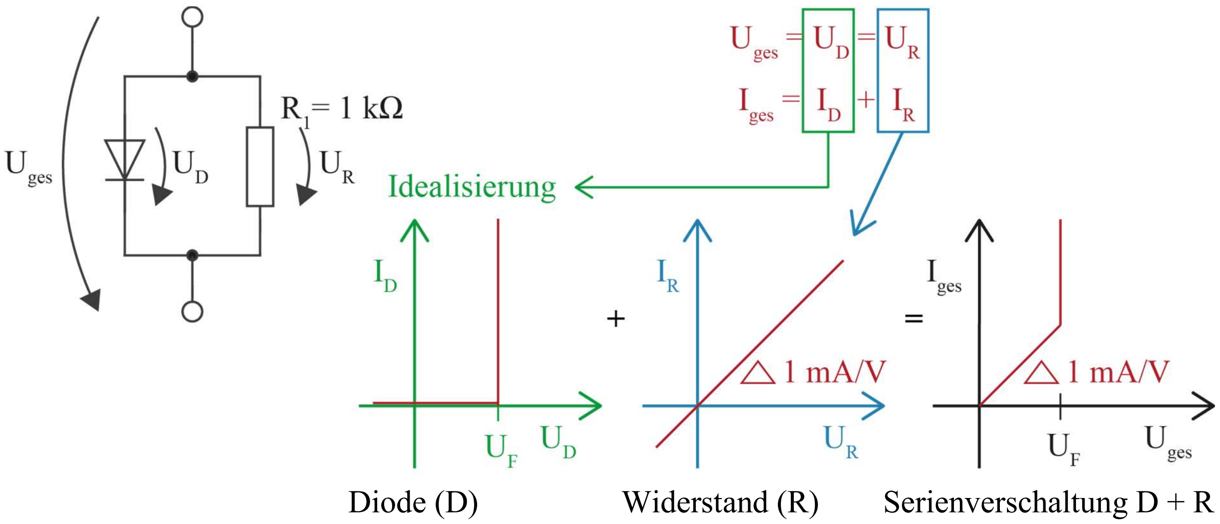


Bild 1.2: Schaltung mit Widerstand und Diode.

Lösung:



Aufgabe 1.3

Gegeben ist die in Bild 1.3 dargestellte Schaltung mit den folgenden Parametern: $R_1 = R_2 = 1\ k\Omega$. Die Flussspannung der Diode beträgt $U_F = 0{,}7\ V$. Die Diode sei entweder als sperrend oder als leitend zu betrachten und besitze bei $U_D \geq U_F$ einen Widerstand $R_F = 0\ \Omega$. Zeichnen Sie die I/U-Kennlinie der Schaltung im Bereich von $-2\ V \leq U \leq 1\ V$.

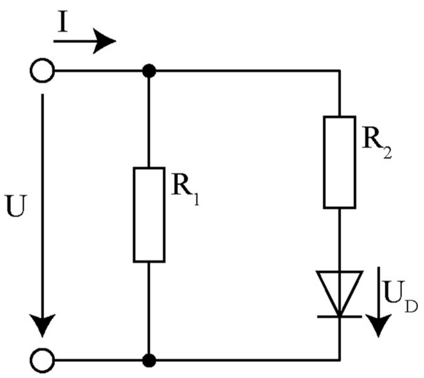
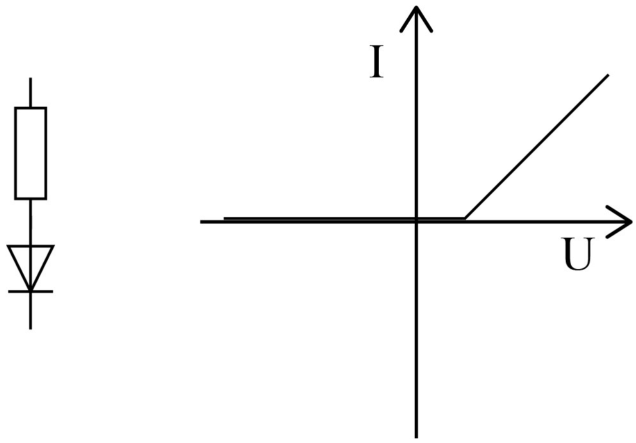


Bild 1.3: Schaltung für ein mit Dioden realisiertes Logikgatter

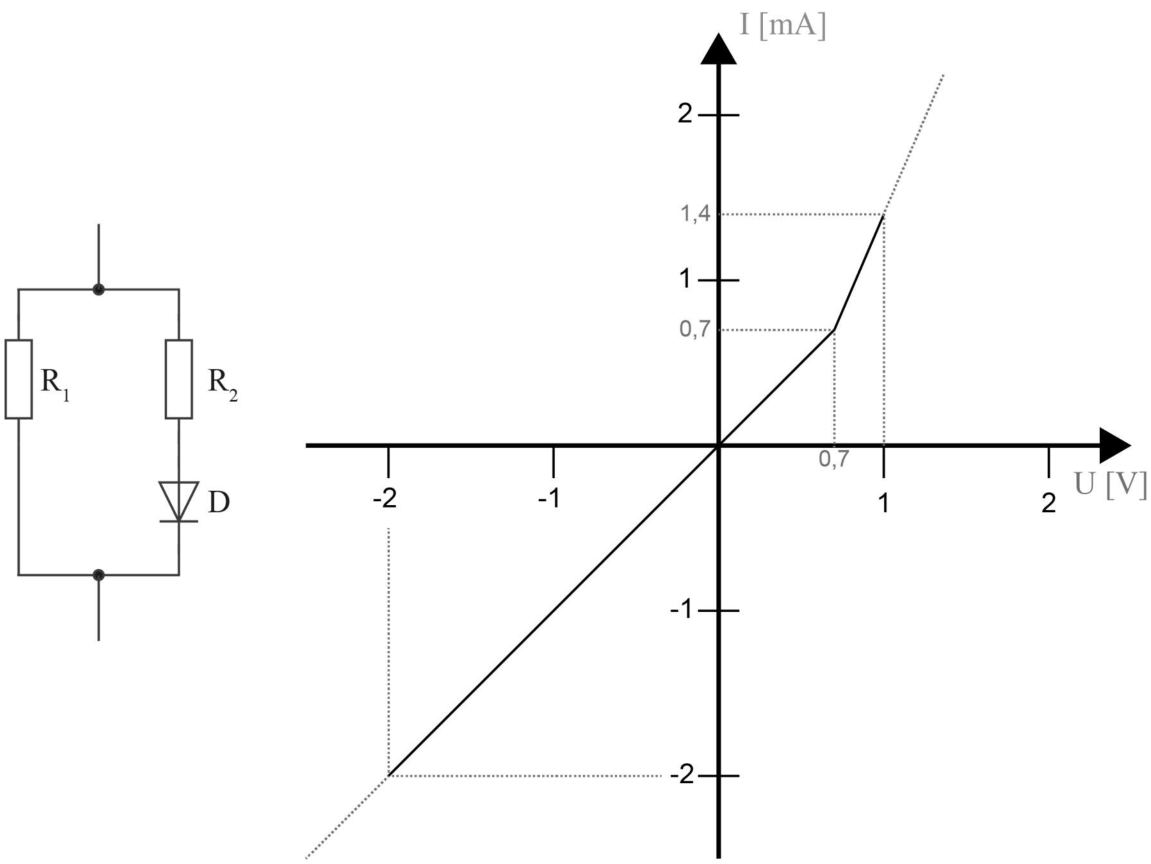
Lösung:

Die Bauelemente haben folgende Kennlinien:

Serienschaltung R_2 + Diode:



Parallelschaltung R1 und R_2 + Diode:



$$I = \frac{U}{R_1} = \begin{matrix} \nearrow -2V \rightarrow I = -2mA \\ \searrow 0{,}6\,V \rightarrow I = 0{,}6\,mA \end{matrix}$$

$$U > 0{,}6\,V \Rightarrow I = I_{R_1} + I_{R_2}$$
$$= \frac{U}{R_1} + \frac{U - U_F}{R_2} = 1{,}4\,mA\ (bei = 1\,V)$$

Fall 1: $U_{AK} \leq U_F$
In diesem Fall sperrt die Diode und der Widerstand R_2 ist ohne Funktion. Der Teilbereich des Graphen ist also eine Gerade, deren Verlauf nur durch den Widerstand R_1 bestimmt wird. Es genügt also, zwei Punkte der Geraden zu berechnen. Wir wählen hier die Punkte
$U_1 = -2V$ und $U_2 = 0{,}6\ V$:
$\Longrightarrow I_1 = I(-2V) = -2mA,\ \ I_2 = I(0{,}6\,V) = 0{,}6\,mA$

Fall 2: $U_{AK} \geq U_F$
Zum Strom durch R_1 kommt nun noch der Strom durch R_2 hinzu. Dabei dürfen wir nicht übersehen, dass an der Diode die Flussspannung $U_F = 0{,}6\ V$ abfällt und diese die am Widerstand R_2 nur die Spannung $U_{R2} = (U - U_F)$ abfallen lässt, was den Strom durch R_2 geringer ausfallen lässt als den Strom durch R_1.
Für den Fall, dass $U = U_F$ gilt, fließt natürlich auch gerade noch kein Strom durch R_2. Der Endpunkt der ersten Teilgeraden ist also identisch mit dem Anfangspunkt der zweiten Teilgeraden.
Als zweiten Punkt des Abschnitts wählen wir (gemäß Aufgabe) $U_3 = 1\ V$

$$\Longrightarrow I = I_{R1} + I_{R2} = \frac{U}{R_1} + \frac{U - U_F}{R_2} \Longrightarrow I_3 = 1{,}4\,mA$$

Aufgabe 1.4

Berechnen Sie für die in Bild 1.4 dargestellte Logikschaltung die Ausgangspegel (U_A) für alle möglichen Schalterstellungen von S_1 und S_2. Tragen Sie die logischen Zustände von E_1, E_2 und U_A in eine Zustandstabelle ein und bestimmen Sie so die logische Funktion des durch die Schaltung realisierten Gatters. Vergleichen Sie die für die einzelnen Logikzustände errechneten Spannungspegel und bestimmen Sie daraus die Spannungsniveaus für den H-Pegel, den L-Pegel sowie das verbotene Band.
Zur Berechnung der Schaltzustände wird angenommen, dass die Flussspannung (d.h. die Spannung bei der die Dioden vom Sperrzustand in den Durchgangszustand übergehen) der Dioden D_1 und D_2 bei $U_F = 0{,}7$ V liegt. Der Übergang vom Sperr- in den Durchlasszustand wird dabei als ideal abrupt angenommen.

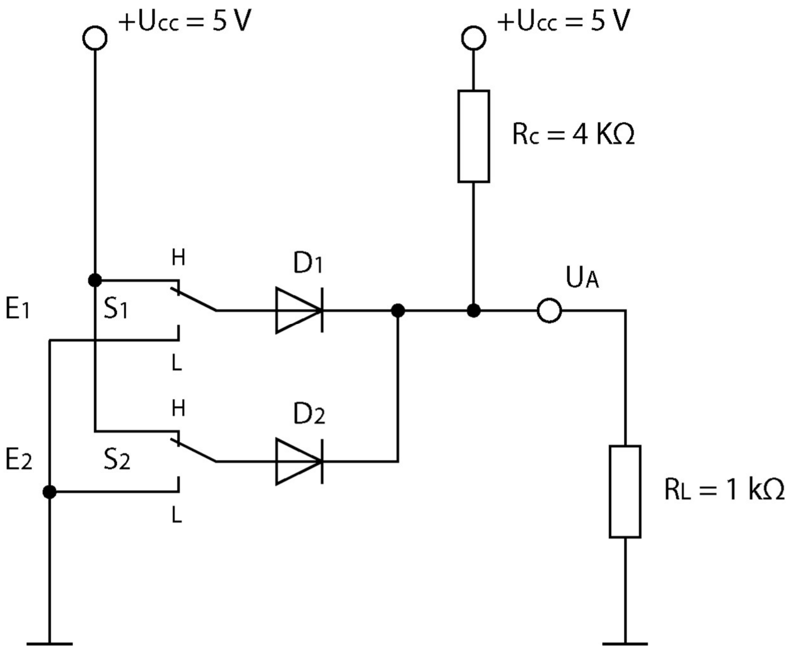


Bild 1.4: Schaltung für ein mit Dioden realisiertes Logikgatter

Lösung:

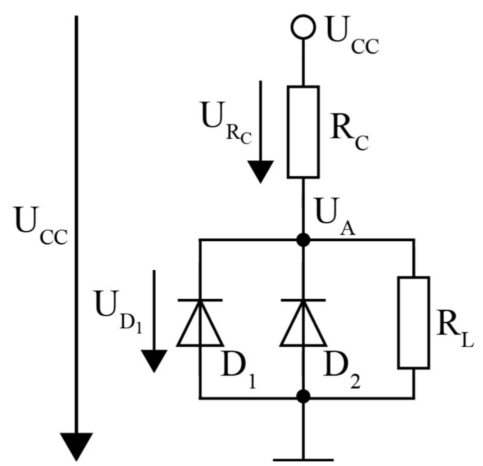
Schritt 1: Aufstellen einer Logigtabelle:

E_1	E_2	A
L	L	
L	H	
H	L	
H	H	

Schritt 2: Analysieren der einzelnen Fälle.

Schritt 2.1. Fall LL:

- Umzeichnen des Schaltplans



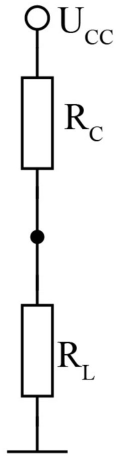
- Analyse des Diodenverhaltes:

Das Potential an der Kathode ist höher als an der Anode

D_1 und D_2 sperren, daher bleibt der Spannungsteiler aus R_C und R_L übrig $\longrightarrow$

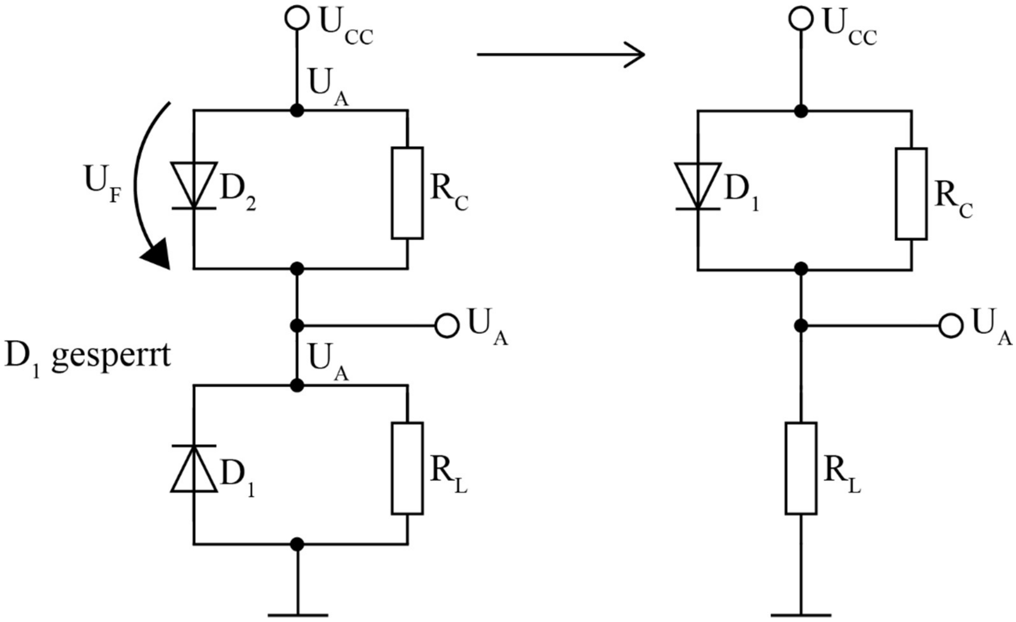
$\rightarrow$ U_A ergibt sich aus Spannungsteiler R_C, R_L

$$U_{RC} = U_{CC} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_C} = 1\ V$$



Fall LH, HL:

- Umzeichnen des Schaltplans



- Analyse des Diodenverhaltens:

U_{RC} (ohne D_2)

$$U_{RC} = U_{CC} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_C} = 4\ V$$

$$U_{RC} > U_F$$

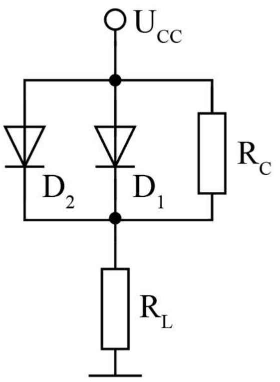
U_D ist auf U_F geklemmt.

$\rightsquigarrow \ U_{RC} = U_F$

Für die Ausgangsspannung gilt:

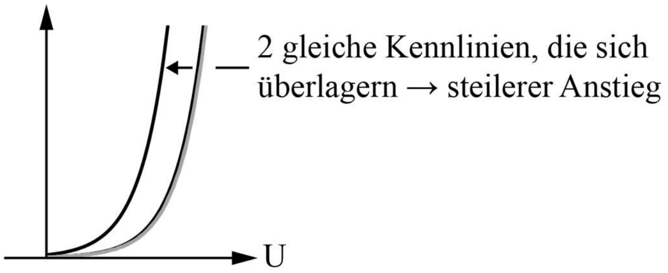
$$U_A = U_{CC} - U_{AF} = 4{,}3\ V$$

Fall HH:



Unter Annahme der Idealisierung → gleicher Fall wie LH und HL

Bei realer Kennlinie → $I_{D_1} + I_{D_2}$ → Verdoppelung des Diodenstroms



<u>Zusammenfassung:</u>

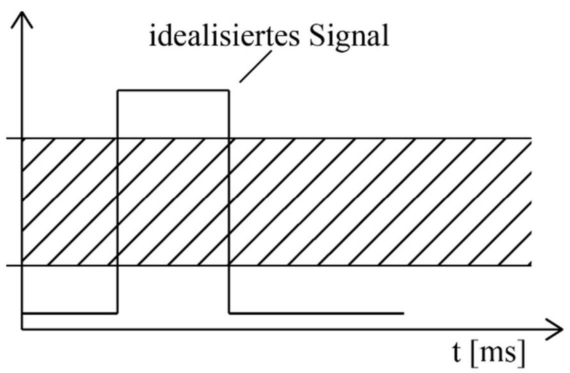
E_1	E_2	U_1	U_2	U_A	A
L	L	0 V	0 V	1 V	L
L	H	0 V	5 V	4,3 V	H
H	L	5 V	0 V	4,3 V	H
H	H	5 V	5 V	4,3 V	H

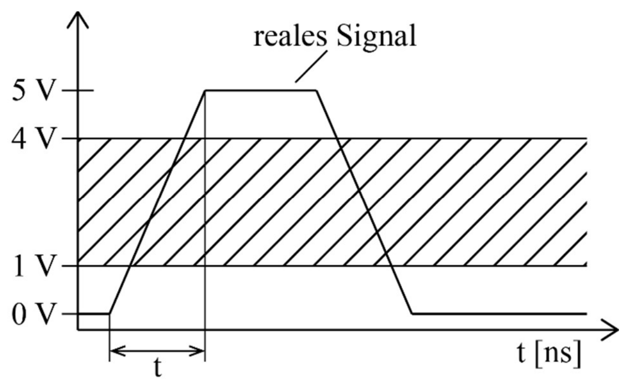
→ Logische Funktion: OR

Verbotenes Band: 1,5 V . . . 3,3 V

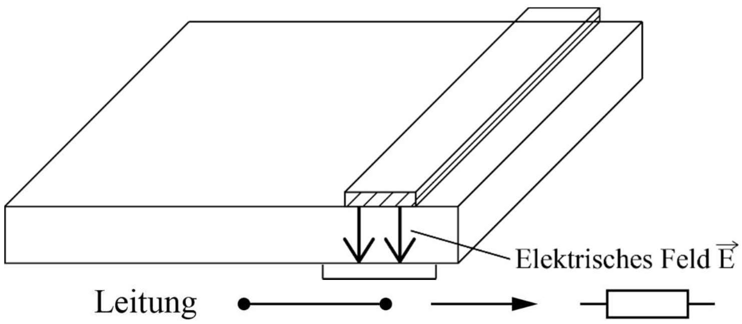
Einschub zum Verständnis:

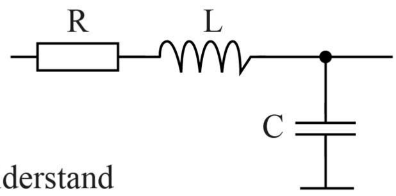
Verbotenes Band: z.B. 1,3 V . . . 4 V





➔ Im Nanosekundenbereich wird ein Anstieg aufgrund parasitärer Elemente sichtbar.





reale Leitung:
Es wird Zeit benötigt,
um ein elektrisches Feld aufzubauen.
Für Hochfrequenz-Anwendungen relevant.

R ... Leistungswiderstand
L ... Leitungsinduktivität
C ... Kapazität duch Polarisierung des Trägermaterials

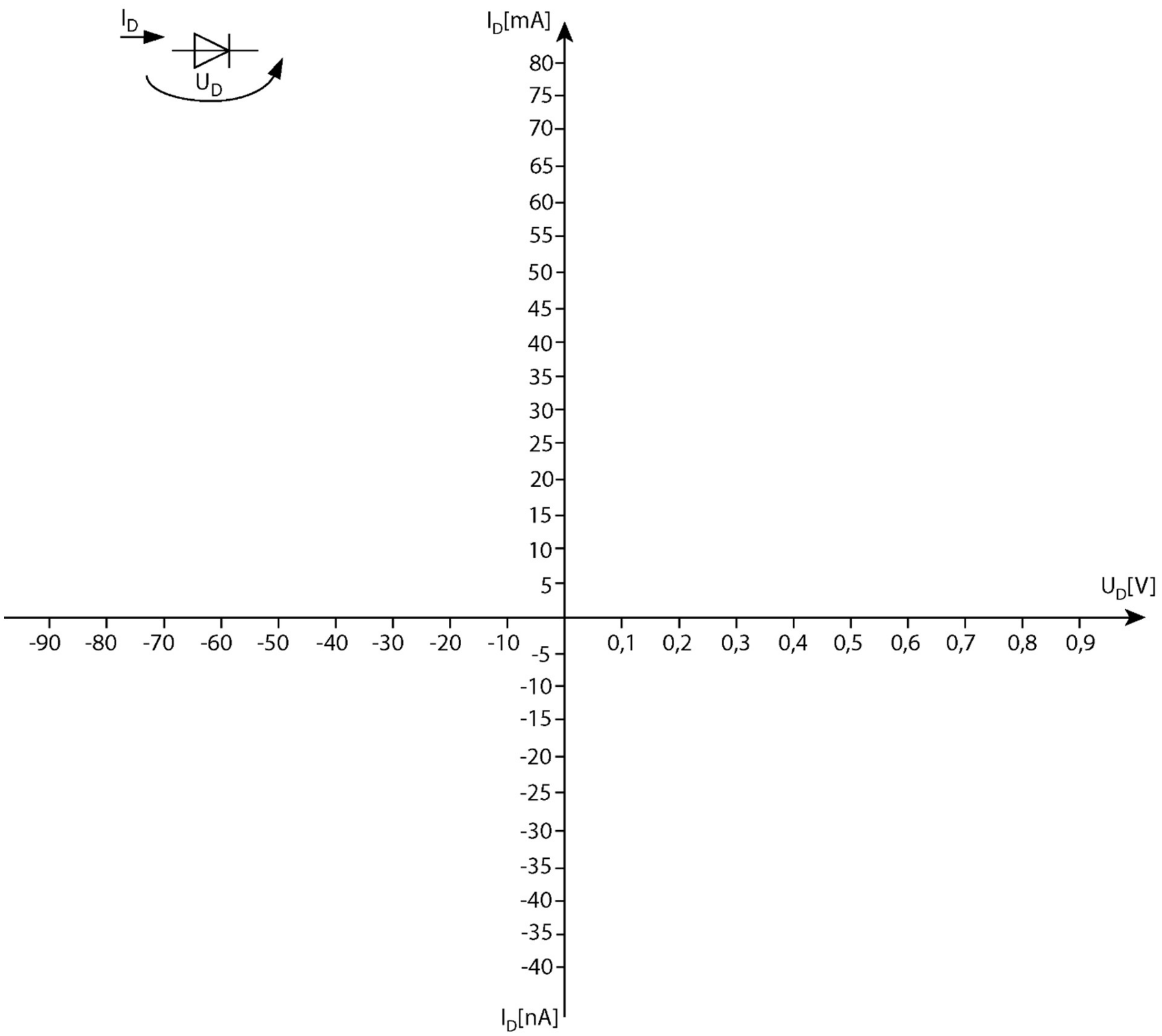
Aufgabe 1.5

Zeichnen Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie von einer Silizium-Diode in das unten stehende Diagramm ein. Es gilt für den Strom im Durchlassbereich

$I_D = I_S \cdot (e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1)$ mit $U_T = 25\ mV$ sowie im Sperrbereich $I_D = \frac{I_0}{1-\left(\frac{U_D}{U_{BD}}\right)^2}$.

$I_0 = -0{,}1\ \mu A$.

	I_S	U_{BD}
Silizium-Diode	10^{-12} A	60 V



Lösung:

Gegeben sind:

I_D: Strom durch die Diode

U_D: Spannung an der Diode

I_S: Sättigungsstrom, maximaler Strom in Sperrrichtung vor dem Durchbruch

U_T: Temperaturspannung

<u>Berechnung der Silizium-Diode:</u>

Beispielrechnung für den Sperrbereich mit $U_D = -55\ V$:

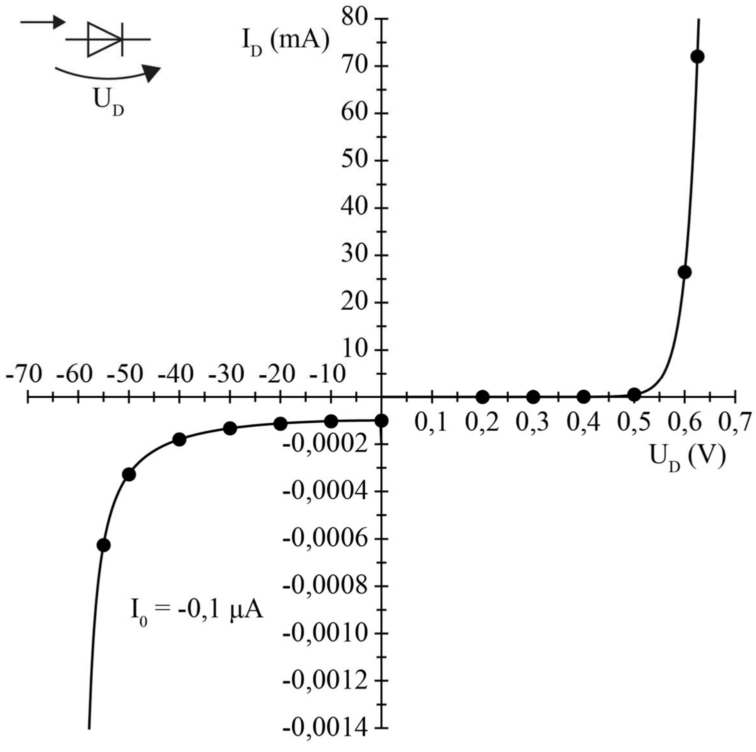
$$I_D = \frac{I_0}{1-\left(\frac{U_D}{U_{BD}}\right)^2} = \frac{-0{,}1\ \mu A}{1-\left(\frac{-55\ V}{60\ V}\right)^2} = \frac{-0{,}1\ \mu A}{1-\ 0{,}8403} = -0{,}626\ \mu A = -0{,}000626\ mA$$

Beispielrechnung für den Durchlassbereich mit $U_D = 0{,}6\ V$:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1\right) = 10^{-12}\ A \cdot \left(e^{\frac{0{,}6\ V}{25\ mV}} - 1\right) = 10^{-9}\ mA \cdot \left(e^{\frac{0{,}6\ V}{0{,}025\ V}} - 1\right) = 26{,}49\ mA$$

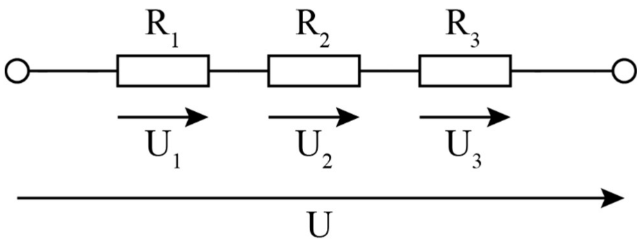
Sperrbereich	
U_D in V	I_D in mA
-55	-0,000626
-50	-0,000327
-40	-0,000180
-30	-0,000133
-20	-0,000113
-10	-0,000103
0	-0,0001

Durchlassbereich	
U_D in V	I_D in mA
0	0
0,2	0,000003
0,3	0,000163
0,4	0,008886
0,5	0,485165
0,6	26,48912
0,625	72,00490



Aufgabe 1.6

In einer Reihenschaltung dreier Widerstände, $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ und $R_3 = 200\ \Omega$, wird eine Stromstärke von $I = 100$ mA gemessen.



a) Wie groß sind die Teilspannungen U_1, U_2, U_3 und die Gesamtspannung U?
b) Wie groß müsste der Widerstand R_2 sein, wenn bei unverändert anliegender Spannung die Stromstärke $I = 50$ mA beträgt?

Lösung

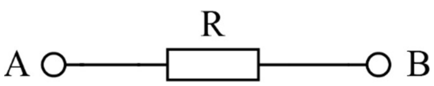
Gegeben: Reihenschaltung, $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ und $R_3 = 200\ \Omega$

a) $U_1 = R_1 \cdot I \quad => U_1 = 50\ \Omega \cdot 0.1\ A = 5\ V$
$U_2 = R_2 \cdot I \quad => U_2 = 100\ \Omega \cdot 0.1\ A = 10\ V$
$U_3 = R_3 \cdot I \quad => U_3 = 200\ \Omega \cdot 0.1\ A = 20\ V$
Bei einer Reihenschaltung addieren sich die Teilspannungen:
$\longrightarrow U = U_1 + U_2 + U_3 = 35\ V$

b) Gegeben: $I^{neu} = 0.05$ A
Gesucht: R^{neu}
$U = (R_1 + R_2^{neu} + R_3) \cdot I^{neu}$
$R_2^{neu} = \frac{U}{I^{neu}} - R_1 - R_3$
$R_2^{neu} = \frac{35\ V}{0.05\ A} - 50\ \Omega - 200\ \Omega$
$R_2^{neu} = 450\ \Omega$

Aufgabe 1.7

Zwischen zwei Anschlussstellen A und B liegt ein Widerstand von $500\ \Omega$ und es fließt ein Strom $I = 10\ mA$.



a) Wie groß in die Spannung am Widerstand?
b) Wie groß ist das Potenzial ϕ_A, wenn das höhere Potential $\phi_B = 15\ V$ ist?

Lösung:

Gegeben: $R = 500\ \Omega, I = 10$ mA

a) $U = R \cdot I = 5$ V
b) Die elektrische Spannung ist eine Potentialdifferenz:

$$\begin{aligned} U &= \phi_B - \phi_A \\ => \phi_A &= \phi_B - U \\ &= 15\ V - 5\ V \\ &= 10\ V \end{aligned}$$

Aufgabe 1.8

Der Widerstand eines Geräts beträgt im Normalbetrieb $R = 100\,\Omega$.

a) Wie groß ist der Strom bei einer Netzspannung von 230 V?
b) Wie groß ist die aufgenommene Leistung?

Lösung:

a) $U = R \cdot I => I = \frac{U}{R} = \frac{230\ V}{100\ A} = 2.3\ A$
b) $P = U \cdot I = 2.3\ A \cdot 230\ V = 529\ W$

Aufgabe 1.9

Berechnen Sie den Widerstand eines Kupferdrahts der Länge $50\ m$ und dem Durchmesser $1\ mm$. Die spezifische Leitfähigkeit κ des Kupfers beträgt $58 \cdot 10^6\ \frac{1}{\Omega m}$.

Lösung:

Gegeben sind: $l = 50\ m, \kappa = 58 \cdot 10^6\ \frac{1}{\Omega m}$

Der Widerstand R berechnet sich wie folgt:

$$R = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l}{A}$$

Demzufolge benötigt man für die Berechnung des Widerstandes R neben den Größen l und κ auch noch die Querschnittsfläche des Kupferdrahtes A:

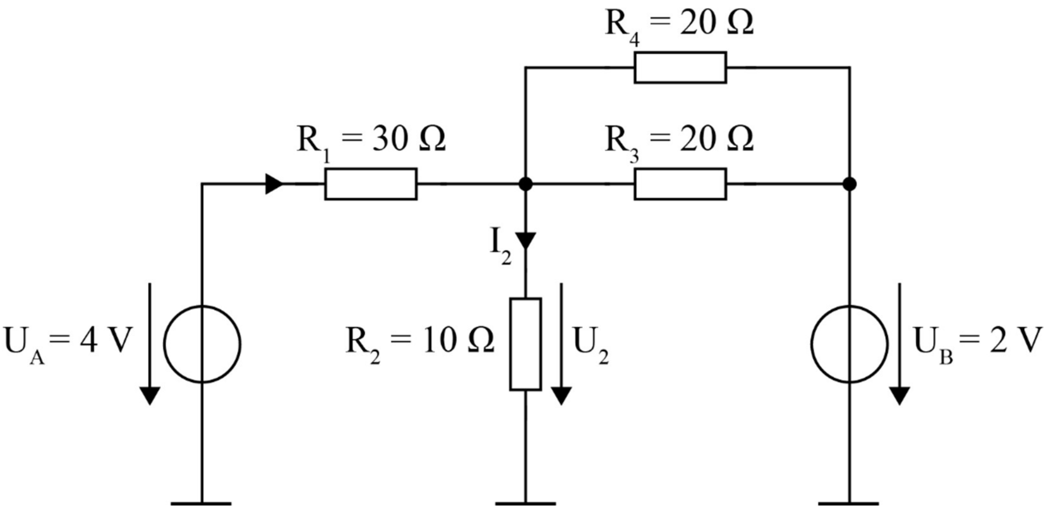
$$A = \pi \cdot r^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^2$$

$$R = \frac{1}{58 \cdot 10^6\ \frac{1}{\Omega m}} \cdot \frac{50\ m}{7{,}85 \cdot 10^{-7}\ m^2} = 1{,}098\ \Omega$$

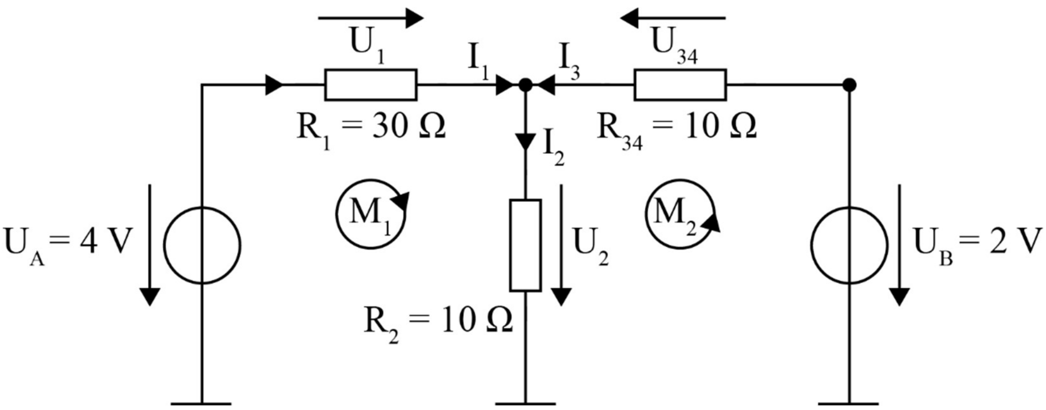
Aufgabe 1.10

Gegeben ist die unten dargestellte Schaltung bestehend aus zwei Gleichspannungsquellen sowie den vier ohmschen Widerstände.

a) Berechnen Sie den Stromfluss I_2.
b) Berechnen Sie den Spannungswert U_2.
c) Wie groß ist die Verlustleistung P_{V2} am Lastwiderstand R_2?



Lösung:



Ansatz: Anwendung der Knoten- und der Maschenregel

a) Knotenregel: $I_2 = I_1 + I_3$ (*)

Maschenregel: M1 $=> U_A = U_1 + U_2 = \mathrm{I}_1 \cdot \mathrm{R}_1 + \mathrm{I}_2 \cdot \mathrm{R}_2$

Einsetzen der Gl. (*): $I_2 = I_1 + I_3$ $=> U_A = \mathrm{I}_1 \cdot R_1 + (\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_3) \cdot \mathrm{R}_2$

$$= (R_1 + R_2) \cdot \mathrm{I}_1 + \mathrm{R}_2 \cdot \mathrm{I}_3$$

$$4\,V = 40\,\Omega \cdot I_1 + 10\,\Omega \cdot I_3$$

Maschenregel: M2 $=> U_B = U_2 + U_{34} = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_{34}$

Einsetzen der Gl. (*) $=> U_B = (I_1 + I_3) \cdot R_2 + I_3 \cdot R_{34}$

$$= I_1 \cdot R_2 + I_3 \cdot (R_{34} + R_2)$$

$$2\,V = 10\,\Omega \cdot I_1 + 20\,\Omega \cdot I_3$$

Es liegt somit ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen vor. Damit lassen sich I_1 und I_3 berechnen:

$$40\,\Omega \cdot I_1 + 10\,\Omega \cdot I_3 = 4\,V$$
$$10\,\Omega \cdot I_1 + 20\,\Omega \cdot I_3 = 2\,V$$

Lösen des Gleichungssystems liefert: $I_1 = \frac{6}{70}A, I_3 = \frac{4}{70}A$

Mithilfe der o.g. Knotenregel kann nun auch I_2 berechnet werden:

$$I_2 = I_1 + I_3 = \frac{10}{70}A$$

b) Aus dem Wert I_2, der in Teilaufgabe a) berechnet wurde, kann nun der Spannungswert U_2 ermittelt werden: $U_2 = R_2 \cdot I_2 = 1{,}428\ V$

c) Aus dem Stromfluss I_2, der in Teilaufgabe a) berechnet wurde und dem Spannungswert U_{R2} aus Teilaufgabe b) wird nun die Verlustleistung berechnet:
$P_{V2} \ = U_2 \cdot I_2 = 0{,}204\ W$

Aufgabe 1.11
Welche Werkstoffe werden zum Aufbau von Widerstandsschichten eingesetzt?

a) Metalle ☒

b) Keramik ☐

c) Kohlenstoff ☒

d) Metalloxide ☒

e) Kunststoffe ☐

Aufgabe 1.12

In welcher Bauart lässt sich ein Widerstand mit einem Wert von 19 MΩ realisieren?

a)	Kohlenstoffkeramik-Komposit	☒
b)	Kohleschicht	☐
c)	Metallschicht	☐
d)	Gewickelter Draht	☐

Aufgabe 1.13

Wie groß ist die maximale Verlustleistung (in W) folgender Bauarten?

Kohlenstoffkeramik-Komposit	Kohleschicht	Metallschicht	Gewickelter Draht
☒ <1	☐ <1	☐ <1	☐ <1
☐ <2	☒ <2	☐ <2	☐ <2
☐ <2,5	☐ <2,5	☒ <2,5	☐ <2,5
☐ >300	☐ >300	☐ >300	☒ >300

Aufgabe 1.14

In welchem Bereich liegt der Temperaturkoeffizient (in 10^{-6}/K) des elektrischen Widerstands folgender Bauarten?

Kohlenstoffkeramik-Komposit	Kohleschicht	Metallschicht	Gewickelter Draht
☒ -1000…-500	☐ -1000…-500	☐ -1000…-500	☐ -1000…-500
☐ -350…+350	☐ -350…+350	☒ -350…+350	☐ -350…+350
☐ -300…+50	☒ -300…+50	☐ -300…+50	☐ -300…+50
☐ 0…+50	☐ 0…+50	☐ 0…+50	☒ 0…+50

Aufgabe 1.15

Wie groß ist der thermische Widerstand (in K/W) folgender Bauarten?

Kohlenstoffkeramik-Komposit	Kohleschicht	Metallschicht	Gewickelter Draht (mit Kühlkörper)
☐ 0,1…1	☐ 0,1…1	☐ 0,1…1	■ 0,1…1
☐ 1…10	☐ 1…10	☐ 1…10	☐ 1…10
■ 10…100	■ 10…100	■ 10…100	☐ 10…100
☐ 100…50	☐ 100…500	☐ 100…500	☐ 100…500

Aufgabe 1.16

Welche Bauarten von Widerständen sind am zuverlässigsten?

a) Kohlenstoffkeramik-Komposit ■

b) Kohleschicht ☐

c) Metallschicht ■

d) Gewickelter Draht (mit Kühlkörper) ☐

Aufgabe 1.17

Welche Konsequenzen ergeben sich, wenn der Leistungsumsatz eines Widerstandes steigt?

a) Seine Betriebstemperatur erhöht sich ■

b) Seine Stabilität verringert sich ☐

c) Seine Baugröße muss erhöht werden ■

d) Seine Bauform muss geändert werden ☐

e) Seine Genauigkeit erhöht sich ☐

Aufgabe 1.18

Was beeinflusst die Stabilität von Widerständen?

a)	Hoher Leistungsumsatz	■
b)	Geringe Baugröße	☐
c)	Geringe Genauigkeit	☐
d)	Hoher Widerstandswert	☐
e)	Hohe Betriebsspannung	☐
f)	Hohe Umgebungstemperatur	■

Aufgabe 1.19

Was beeinflusst die Genauigkeit von Widerständen?

a)	Leistungsumsatz	☐
b)	Widerstandswert	☐
c)	Baugröße	☐
d)	Stabilität	■
e)	Versorgungsspannung	☐

Aufgabe 1.20

Was erhöht den Preis von Widerständen signifikant?

a) Hohe maximale Verlustleistung ☐

b) Große Baugröße ☐

c) Kleine Baugröße ☐

d) Hohe Genauigkeit ■

e) Hohe Stabilität ■

Aufgabe 1.21

Für die Erregerwicklung einer elektrischen Maschine sind 2850 m Kupferdraht mit einem Durchmesser von 1,2 mm erforderlich. Bestimmen Sie:

a) den Widerstand der Wicklung bei 20 $°C$,
b) den Widerstand der Wicklung bei 75 $°C$ und bei 5 $°C$,
c) die Temperatur, bei der der Widerstand 58,5 Ω beträgt.

Bei $T = 20\ °C$ gilt:
$\alpha_{Cu} = 3{,}8 \cdot 10^{-3}/K$, $\rho_{Cu} = 0{,}0175\ \Omega \cdot mm^2/m$

Lösung:

a) Gegeben ist der spezifische Widerstand bei 20 °C: $\varrho_{20} = 0{,}0175\ \frac{\Omega mm^2}{m}$
Der Widerstand des Drahtes wird wie folgt berechnet:

$$R = \varrho_{20}\frac{L}{A} = \varrho_{20}\frac{L}{\frac{1}{4}\pi \cdot d^2} = 0{,}0175\frac{\Omega mm^2}{m} \cdot \frac{2850\ m}{\frac{1{,}2^2}{4}mm^2 \cdot \pi} = 44{,}1\Omega$$

b) Schritt 1: Zur Berechnung des Widerstandes bei 75 °C wird zunächst der spezifische Widerstand bei 75 °C berechnet:

$$\begin{aligned}\varrho_{75} &= \varrho_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta_{20})\\ &= 0{,}0175\frac{\Omega mm^2}{m}\ (1 + 0{,}0038\ K^{-1} \cdot 55\ K)\\ &= 0{,}0212\frac{\Omega mm^2}{m}\end{aligned}$$

Schritt 2: Berechnung des Widerstandes bei 75 °C:

$$R_{75} = \varrho_{20}\frac{L}{A} = 0{,}0212\ \frac{\Omega mm^2}{m} \cdot \frac{2850\ m}{\frac{1,2^2}{4} mm^2 \cdot \pi} = 53{,}3\ \Omega$$

ODER:
Da zwischen dem Widerstand R und dem spezifischen Widerstand ϱ ein linearer Zusammenhang besteht, lässt sich der Faktor $(1 + \alpha \cdot \Delta T)$ auch direkt auf den Widerstand R anwenden, sodass der Widerstand bei 75 °C wie folgt berechnet werden kann:

$$R_{75} = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$
$$= 44{,}1\ \Omega \cdot (1 + 3{,}8 \cdot 10^{-3} K^{-1} \cdot 55\ K) = 53{,}3\ \Omega$$

- -

Für die Berechnung des Widerstands bei 5 °C werden die gleichen Rechenwege verwendet:

$$\varrho_5 = \varrho_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta_{20})$$
$$= 0{,}0175 \frac{\Omega mm^2}{m}\ (1 - 0{,}0038\ K^{-1} \cdot 15\ K)$$
$$= 0{,}0165 \frac{\Omega mm^2}{m}$$
$$R_5 = 41{,}6\ \Omega$$

ODER:

$$R_5 = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) = 44{,}1\ \Omega \cdot (1 - 3{,}8 \cdot 10^{-3} K^{-1} \cdot 15\ K) = 41{,}6\ \Omega$$

c) Die wesentlichen Informationen für diese Aufgabenstellung sind:

$$\varrho = \varrho_{20}\,(1 + \alpha\Delta\vartheta_{20}) \qquad R_{20} = 44{,}1\ \Omega\ (Teil\ a)$$

Schritt 1: Die Formel $\varrho = \varrho_{20}\,(1 + \alpha\Delta\vartheta_{20})$ wird umgestellt und nach $\Delta\vartheta_{20}$ aufgelöst:

$$\Delta\vartheta_{20} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\varrho}{\varrho_{20}} - 1\right)$$

Schritt 2: Da zwischen dem Widerstand R und dem spezifischen Widerstand ϱ ein linearer Zusammenhang besteht, kann der Faktor $\frac{\varrho}{\varrho_{20}}$ durch den Faktor $\frac{R}{R_{20}}$ ersetzt werden (d.h. diese beiden Faktoren sind identisch). Anschließend werden die Werte für α, $R = 58{,}5\ \Omega$ und R_{20} eingesetzt, um die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_{20}$ zu berechnen. Um die Temperatur zu berechnen, bei der der Widerstand 58,5 Ω beträgt, ist lediglich noch die Referenztemperatur von 20 °C auf die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_{20}$ aufzuaddieren:

$$\Delta\vartheta_{20} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\varrho}{\varrho_{20}} - 1\right) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_{20}} - 1\right) = \frac{1}{0{,}0038\ K^{-1}} \cdot \left(\frac{58{,}5\ \Omega}{44{,}1\ \Omega} - 1\right)$$

$$= 85{,}9\ K \quad \Longrightarrow \quad \vartheta = 105{,}9\ °C$$

ODER:
Die Werte werden in die Beziehung $R = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ eingesetzt und die Gleichung nach ΔT aufgelöst. Durch Zuaddieren der Referenztemperatur von 20 °C erhält man somit ebenfalls die gesuchte Temperatur:

$$58{,}5\ \Omega = 44{,}1\ \Omega \cdot (1 + 0{,}0038\ K^{-1} \cdot \Delta T) = 44{,}1\ \Omega + 0{,}1676\ \Omega \cdot K^{-1} \cdot \Delta T$$

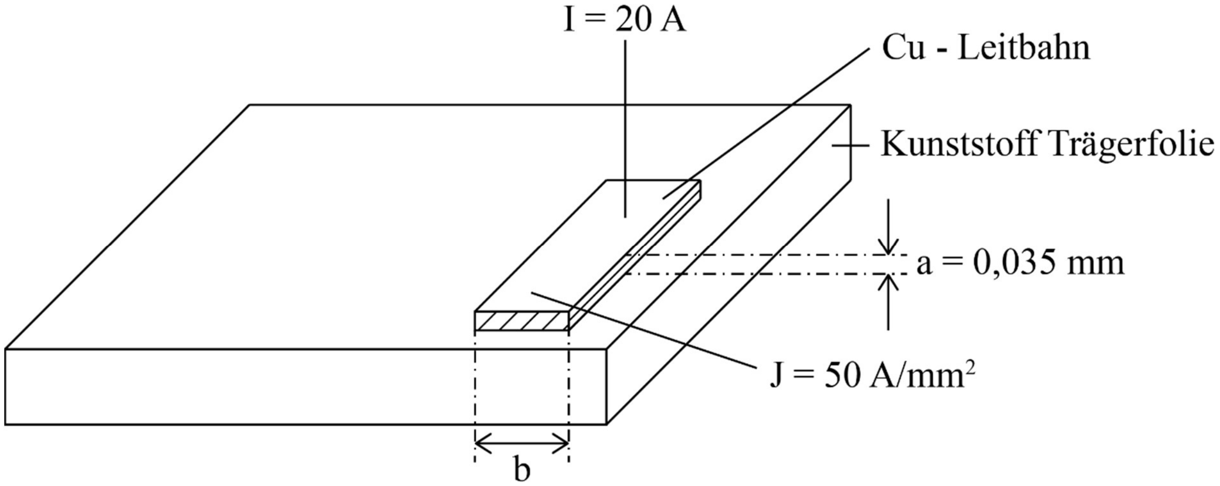
$$\curvearrowright 0{,}1676\ \Omega \cdot K^{-1} \cdot \Delta T = 14{,}4\ \Omega \ \curvearrowright \Delta T = 85{,}9\ K \ \Rightarrow T = 105{,}9\ °C$$

Aufgabe 1.22

Die Stromdichte einer 35 μm dicken Leiterbahn aus Kupfer soll 50 A/mm^2 nicht überschreiten. Die auf einer Kunststoff-Trägerfolie aufgebrachte Leiterbahn (flexible Leiterplatte) muss für eine Stromstärke von 20 A ausgelegt werden.
Ermitteln Sie die erforderliche Breite der Leiterbahn.
Berechnen Sie den Spannungsabfall pro Meter Leiterbahnlänge.

$\rho_{Cu} = 0{,}0175\ \Omega \cdot mm^2/m$

Lösung:
Zur Veranschaulichung betrachte man folgende Skizze:



a) Gegeben sind:

$$J = 50\ \frac{A}{mm^2}\ ; \quad I = 20\ A\ ; \quad a = 0{,}035\ mm$$

Die Stromdichte ist abhängig von der Stromstärke I und der Querschnittsfläche A. Diese setzt sich zusammen aus der Dicke a und der Breite b der Leiterbahn. Aus der Beziehung $J = \frac{I}{A}$ mit $A = a \cdot b$ lässt sich somit die erforderliche Breite der Leiterbahn berechnen:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{a \cdot b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{I}{a \cdot J} = \frac{20\,A}{0{,}035\,mm \cdot 50\,A \cdot mm^{-2}} = 11{,}43\,mm$$

b) Zur Berechnung des Leistungsabfalls wird die Beziehung $U = R \cdot I$ verwendet.
Für R gilt:

$$R = \frac{\varrho \cdot L}{A}$$

Durch Einsetzen der Werte erhält man für den Leistungsabfall pro Meter Leiterbahnlänge:

$$U = \frac{\varrho \cdot L}{A} \cdot I = \frac{0{,}0175\,\Omega \cdot \frac{mm^2}{m} \cdot 1\,m}{0{,}035\,mm \cdot 11{,}43\,mm} \cdot 20\,A = 0{,}0437\,\Omega \cdot 20\,A = 0{,}875\,V$$

Aufgabe 1.23

Welche Widerstandsbauart hat den kleinsten thermischen Widerstand $\boldsymbol{R_{th}}$?

☐ Kohlenstoffkeramik-Komposit-Widerstand

☐ Metallschichtwiderstand

☐ Kohleschichtwiderstand

■ Drahtwiderstand

Lösung:

Aufgrund ihrer Bauform hat der thermische Widerstand R_{th} bei

- Kohlenstoffkeramik-Komposit-Widerständen einen Wert von etwa $R_{th} = 80\,K/W$
- Metallschichtwiderständen einen Wert von etwa $R_{th} = 90\,K/W$
- Kohleschichtwiderständen einen Wert von etwa $R_{th} = 27\,K/W$
- Drahtwiderständen (gewickelter Draht mit Kühlkörper) einen Wert von etwa $R_{th} = 0{,}3\,K/W$.

Somit ist der thermische Widerstand bei Drahtwiderständen am kleinsten.

Durch den veränderten Aufbau (gewickelter Draht auf Kühlkörper) kann der thermische Widerstand bei Drahtwiderständen bis auf einen Wert von $R_{th} = 0{,}3\ K/W$ sinken.

Aufgabe 1.24

Die Schaltung im Bild 1.24 zeigt ein R/2R-Netzwerk, wie es bei Digital-Analog-Wandlern verwendet wird. Der Widerstand ist R = 10 kΩ.
Berechnen Sie die Ströme I_2 und I_4, sowie die Spannungen U_3 und U_5 bei einer Referenzspannung (U_{Ref}) von 10 V.

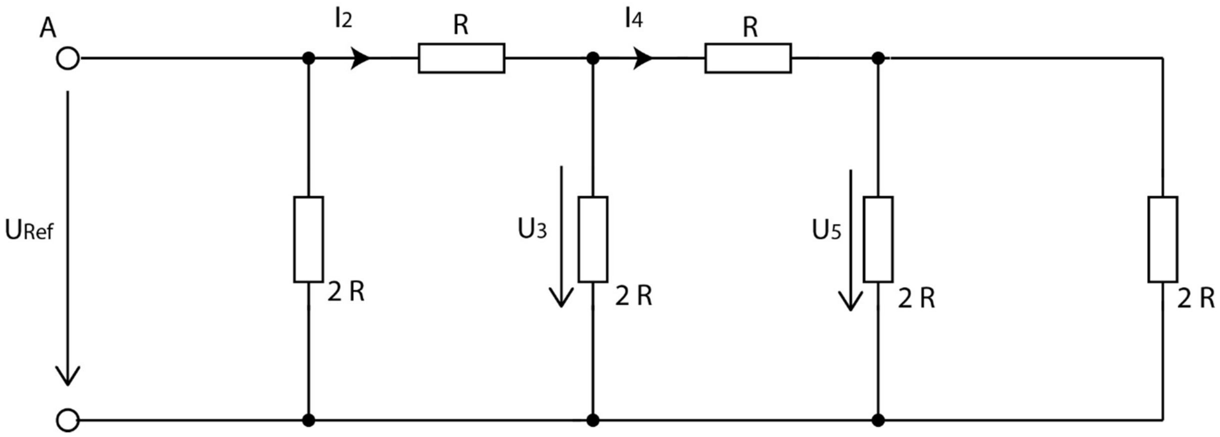
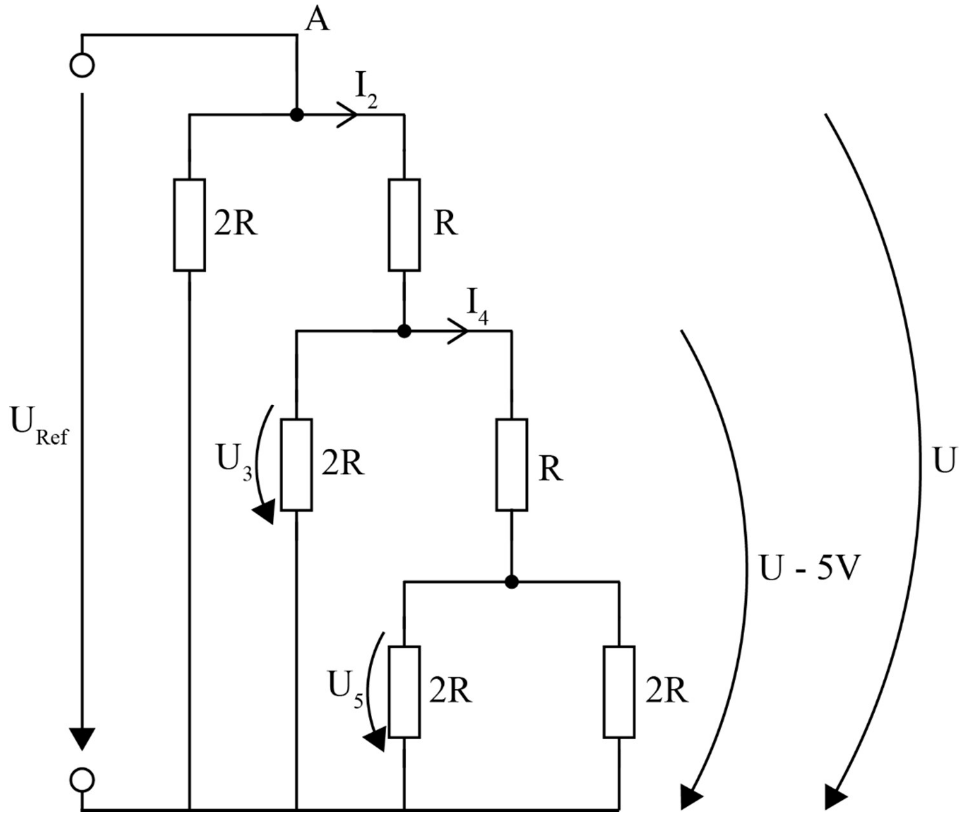
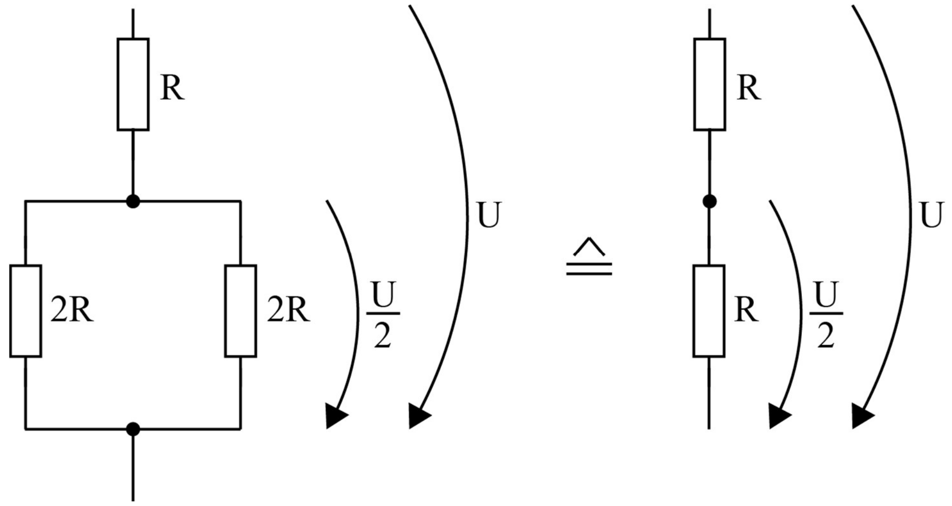


Bild 1.24: R/2R-Netzwerk

Lösung:
Man betrachte zur Veranschaulichung die hier angezeigte alternative Darstellung der Schaltung:



Bei einem R/2R-Netzwerk wird die Spannung an jedem Knoten halbiert.



$$\Rightarrow U = \frac{U_{Ref}}{2} = 5\,V$$

$$I_2 = \frac{U}{2R} = \frac{U_3}{R} = \frac{5\,V}{10 \cdot 10^3\,\Omega} = 0{,}5\,mA$$

$$I_4 = \frac{U - 5V}{2R} = \frac{2{,}5\,V}{10 \cdot 10^3\,\Omega} = 0{,}25\,mA$$

$$U_5 = \frac{I_4}{2} \cdot 2R = 2{,}5\,V$$

$$U_3 = I_3 \cdot 2R = 2\,V$$